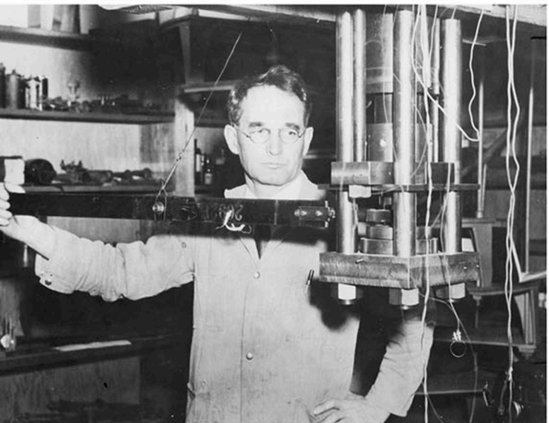
Sobre a concepção operacional de significado dos conceitos teóricos

Douglas Antonio Bassani



A pesquisa que resultou neste livro destaca o contexto histórico da filosofia da ciência do final do século XIX e início do século XX, em particular, sobre o desenvolvendo da concepção operacional de significado apresentada por Percy Williams Bridgman (1882-1961). Procuramos apresentar as principais ideias desta concepção na ciência desde o seu início, quando da publicação da obra intitulada *The Logic of Modern Physics* em 1927, até sua última obra, *The Way Things Are* em 1959, apresentando as influências no pensamento de Bridgman das filosofias de Ernst Mach, Henri Poincaré e Albert Einstein. Destacamos também nesta pesquisa a análise sobre o significado operacional de conceitos e princípios da Lógica, bem como o construtivismo em filosofia da matemática revelado pela obra *A Physicist's second reaction to Mengenlehre* publicada em 1934. O debate sobre os fundamentos da ciência que originou as principais concepções filosóficas da ciência do final do século XIX até quase a metade do século XX será destacado aqui, mostrando que a preocupação com a elaboração de uma concepção filosófica fazia sentido em uma época de forte desenvolvimento das teorias das ciências da natureza, acarretando em uma análise sobre os conceitos teóricos, seus significados, bem como sobre a possibilidade de verificação dos mesmos.

Douglas Antonio Bassani é Doutor em Filosofia pela Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP – SP. É também professor de Filosofia na Universidade Estadual do Oeste do Paraná – UNIOESTE – Campus de Toledo – PR. Leciona e pesquisa sobre temas nas áreas de Filosofia da Ciência e História da Ciência.

9 786587 340128

editora fi.org

Sobre a concepção operacional de significado dos conceitos teóricos

Sobre a concepção operacional de significado dos conceitos teóricos

Douglas Antonio Bassani

Diagramação: Marcelo A. S. Alves

O padrão ortográfico e o sistema de citações e referências bibliográficas são prerrogativas de cada autor. Da mesma forma, o conteúdo de cada capítulo é de inteira e exclusiva responsabilidade de seu respectivo autor.

http://www.abecbrasil.org.br

Série Filosofia e Interdisciplinaridade – 120

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

BASSANI, Douglas Antonio

Sobre a concepção operacional de significado dos conceitos teóricos [recurso eletrônico] / Douglas Antonio Bassani -- Porto Alegre, RS: Editora Fi, 2020.

96 p.

ISBN - 978-65-87340-12-8

Disponível em: http://www.editorafi.org

1. Percy Willians Bridgman; 2. Operacionalismo; 3. Filosofia da Ciência; Filosofia da Matemática; 5. Filosofia da Lógica; 6. História da Ciência; I. Título. II. Série.

CDD: 100

Índices para catálogo sistemático:
1. Filosofia 100

A pesquisa aqui apresentada na forma de livro é resultado do trabalho no período em que cursei o Doutorado em Filosofia na Universidade Estadual de Campinas – UNICAMP (2003-2008). Para a publicação do livro, o tema foi revisado e reescrito. Um agradecimento aos professores e colegas acadêmicos que contribuíram direta e indiretamente para a construção desta pesquisa no período da UNICAMP. À UNIOESTE, por me conceder condições para pesquisar sobre temas filosóficos interessantes.

Um agradecimento especial para minha família que acompanhou de perto o passo-a-passo desta pesquisa e de sua revisão. A minha esposa Cléria e meus filhos Artur e Lara.

Sumário

Introdução

A concepção operacional de significado dos conceitos teóricos foi formulada por Percy Williams Bridgman (1882-1961) a partir da publicação de sua obra *The Logic of Modern Physics* em 1927. Embora Bridgman se dedicasse quase exclusivamente a pesquisas na área da Física na Universidade de Harvard, a partir da obra de 1927 ele começou a publicar também sobre questões envolvendo a filosofia da ciência, a filosofia da lógica e também a filosofia da matemática. Embora talvez a sua pretensão inicial nos anos 20 tenha sido o de elaborar uma filosofia da ciência *necessária* enquanto preocupação com os fundamentos da ciência, foi constantemente modificando seu pensamento com o passar dos anos para a defesa de uma concepção filosófica *desejável* em relação à questão dos fundamentos, ou seja, passando de um imperativo para um *desideratum*. Sua concepção filosófica procurou debater sobre os fundamentos da ciência que era uma preocupação central entre cientistas e filósofos do final do século XIX e início do século XX.

Bridgman revela influências importantes para sua concepção operacional, em particular, a influência dos escritos de Albert Einstein e de sua teoria da relatividade especial. Bridgman considera Einstein como responsável por uma "atitude crítica" em relação aos conceitos aceitáveis na Física ao chamar a atenção dos cientistas para a forma como são medidos ou experienciados os conceitos das teorias. Para Bridgman, esta é uma característica que proporciona um bom fundamento e uma boa estruturação para as teorias da Física, bem como para as teorias das ciências experimentais de maneira geral. Desta forma, segundo ele, não haveria a necessidade de revisões constantes sobre o material estruturado teoricamente, além de ser um modelo que poderia/deveria ser seguido também pelos proponentes de uma filosofia da lógica e da matemática que tivesse como “pano-de-fundo” a busca por bons fundamentos.

Em um dos artigos de 1905 de Albert Einstein, onde apresenta pela primeira vez a teoria da relatividade especial, aparece uma atenção especial à forma como são medidos os conceitos empregados nas teorias, em particular, os conceitos de espaço e tempo, fatalmente percebida por Bridgman e base de seu operacionalismo. Em 1915 Einstein publicou a teoria da relatividade geral, ampliando a noção de gravidade, corrigindo cálculos, etc., e aparece também uma demonstração da concepção espacial de Einstein feita em 1919 através do experimento conhecido como “eclipse de Eddington”, sendo que uma das expedições de Eddington foi feita aqui no Brasil, na cidade de Sobral-CE. Na verdade, em Sobral apareceram as melhores fotos do experimento de Eddington e no ano de 2019 foi comemorado aqui no Brasil os 100 anos deste experimento, revelando a importância das chapas fotográficas de Sobral para a demonstração da constituição de nosso Universo.

Além da influência de Einstein, Bridgman também descreve a influência do físico Ernest Mach e do filósofo Henri Poincaré em suas ideias. Do físico e filósofo austríaco ele percebeu a necessidade de fundamentação empírica das teorias das ciências experimentais, em particular, das teorias da Física. Na concepção do filósofo francês Poincaré, Bridgman percebeu sua rejeição ao infinito atual na Matemática e a necessidade de verificação dos conceitos empregados na ciência.

Em um curso para físicos em 1914 sobre eletrodinâmica e teoria da relatividade especial, Bridgman detectou a existência de algumas confusões entre os físicos da época, especialmente quando perguntados sobre o significado de alguns conceitos físicos importantes. A descrição dada por eles sobre o que significava alguns conceitos parecia confusa, admite Bridgman, e em alguns casos, até mesmo inconsistentes umas com as outras. A partir disso, foi percebendo que precisava criar algo que evitasse tamanha confusão e fundamentasse melhor os conceitos teóricos, o que ajudaria também na fundamentação das próprias teorias da física e também das teorias das ciências da natureza, de maneira geral. Porém, ele próprio reconhece que foi além dos conceitos das teorias das ciências da natureza, procurando uma forma de definir operacionalmente também os conceitos da lógica e da matemática, não apenas pela importância deles nas teorias das ciências da natureza, mas também para fornecer uma interpretação operacional para os conceitos lógicos das teorias lógicas e para os conceitos matemáticos das teorias matemáticas. Neste sentido, publicou em 1934 um importante artigo intitulado "A Physicist's Second Reaction to Megenlehre", onde expôs suas ideias para a lógica e matemática, as quais se aproximam, num sentido apontado neste trabalho, à concepção intuicionista de L. E. J. Brouwer.

Debates importantes do final da década de 30 em diante tornaram a concepção operacional de significado conhecida e debatida por físicos e filósofos, em particular, pela filosofia do empirismo lógico do Círculo de Viena. Nestes debates são analisadas as principais questões da concepção operacional na ciência, desde os apontamentos dos seus limites, até elogios em relação a uma possível concepção filosófica da ciência. Estes debates serviram para Bridgman poder aprofundar melhor suas ideias e sua concepção, para melhor responder aos problemas que a filosofia da ciência se preocupava, bem como para os problemas que interessavam aos físicos, aos lógicos e aos matemáticos. Naturalmente, foi entre os físicos que o operacionalismo parecia ser mais facilmente defensável na época, porque simplesmente condizia com a atividade prática dos cientistas, práticas de laboratório, que auxiliava, entre outras coisas, na tarefa de verificação do significado dos conceitos teóricos toda vez que um físico tomava conhecimento de uma nova teoria ou que necessitasse reproduzir os resultados teóricos de uma teoria qualquer.

Na filosofia, o operacionalismo de Bridgman não esgota o debate tanto na filosofia da ciência quanto na filosofia da linguagem, revelando, entre outras coisas, a importância da linguagem para o debate filosófico da ciência, bem como a necessidade de construção de uma rede teórica consistente para a explicação da natureza.

Historicamente, Bridgman foi constantemente aprimorando suas ideias, buscando uma versão cada vez melhor de sua concepção e, ao mesmo tempo, dando uma resposta a algumas críticas que surgiam nesta época. *The Nature of Physical Theory* (1936) e *The Nature of some of our physical concepts* (1952) foram obras onde a preocupação de Bridgman foi dar consistência filosófica a suas ideias, procurando fornecer respostas aos físicos e filósofos sobre como a concepção operacional poderia ser concebida filosoficamente. Porém, é em *The Way Things Are* (1959) que Bridgman pensou ter dado a versão mais completa da concepção operacional. Além de uma resposta a seus críticos, Bridgman dedica parte da obra para resolver questões metodológicas importantes da concepção operacional.

Retornando a questão da influência de Einstein, já nas primeiras obras de Bridgman, ele passou a analisar conceitos físicos importantes como "simultaneidade", "tempo", "distância", etc., relativos e relacionados com experimentos que utilizam instrumentos de medidas. Assim, percebeu que o conceito "tempo" estava relacionado com experimentos que utilizam instrumentos como relógios; o conceito "distância" a experimentos com instrumentos métricos; o conceito "simultaneidade" a experimentos de sincronização de relógios, os quais, por sua vez, eram considerados complicados de serem feitos no início do século XX. Desta forma, foi percebendo que o significado de conceitos físicos importantes dependia da realização de medidas físicas e a posterior análise destes dados. Estabeleceu, desta forma, uma concepção que defendia que a forma como eram verificados os conceitos físicos acabava envolvendo um conjunto de operações com o uso de instrumentos físicos, mas de que estes não eram os únicos procedimentos que poderiam ser realizados, pois uma vez de posse de tais dados, era possível manipular com eles produzindo e estabelecendo equações, isto é, calculando os resultados destas operações com outras possíveis operações, caracterizando-as, mais tarde, e de forma mais elaborada, como operações papel-e-caneta. Inicialmente Bridgman descreveu as operações papel-e-caneta como operações mentais, mas para separar algumas operações do conjunto de operações mentais que poderiam ser feitas, realizadas ou não, Bridgman entendeu que o melhor seria considerar as operações mentais como operações papel-e-caneta, que na verdade são operações linguísticas de cálculo. Para Bridgman:

> Ao examinar o que ocorre quando dois relógios são comparados, Einstein reconheceu que a propriedade de dois eventos chamada de simultaneidade envolve no processo uma sequência complicada de operações físicas, as quais não podem ser unicamente especificadas a menos que especifiquemos quem é que está lendo os relógios. Sabemos que uma consequência disso é que diferentes observadores nem sempre conseguem o mesmo resultado, portanto simultaneidade não é uma propriedade absoluta de dois eventos, mas é relativa ao sistema observacional, isto é, ao sistema que faz os passos que constituem as medidas. O que Einstein estava de fato fazendo era investigar o significado de simultaneidade, e estava encontrando-o ao analisar as operações físicas usadas na aplicação do conceito em uma instância concreta qualquer. (BRIDGMAN, 1936, p. 8) [*tradução nossa*][1]

> Naturalmente Einstein foi muito além disso, e encontrou precisamente como as operações para julgar simultaneidade mudam quando o observador se movimenta, obtendo expressões quantitativas para o efeito do movimento do observador no tempo relativo de dois eventos. (BRIDGMAN, 1960, p. 8-9)

De maneira geral, a concepção operacional de Bridgman defendia que não apenas os conceitos empíricos das teorias como velocidade, aceleração, tempo, etc., fossem verificados operacionalmente, mas também os conceitos não empíricos, como conceitos lógicos, matemáticos, das equações teóricas, etc., também pudessem ser verificados operacionalmente, porém, não por operações físicas, mas por operações papel-e-caneta. Destacando estas duas classes de operações, Bridgman compreendeu que seria uma forma de fundamentar as teorias científicas em bases seguras, que

---

[1] Como não há tradução para o português das obras de Bridgman, nesta pesquisa, optamos por traduzir todas as citações de Bridgman ao leitor.

era uma das preocupações centrais tanto de cientistas, quanto de filósofos e/ou demais pesquisadores do final do século XIX e início do século XX.

Considerando que podemos pensar na existência de pelo menos três tipos de conceitos teóricos, procuramos dividir esta pesquisa em três capítulos. Assim, no capítulo 1 temos uma preocupação maior com os conceitos físicos ou empíricos; no capítulo 2 com os conceitos lógicos; e no capítulo 3 com os conceitos da matemática.

Mais detalhadamente, no primeiro capítulo a análise foca na concepção operacional das teorias das ciências da natureza, procurando apresentar os fundamentos da concepção operacional, assim como fazer uma separação entre as operações físicas das operações papel-e-caneta. Questões metodológicas, filosóficas e históricas do operacionalismo serão necessárias para uma compreensão mais ampla da concepção operacional e do que Bridgman tinha em mente ao propô-la na época.

No segundo capítulo destacaremos o operacionalismo relacionado com os conceitos da lógica, abordando o modelo de lógica pretendido por Bridgman ao conceber tal empreendimento. Serão apresentadas algumas críticas feitas por Bridgman a alguns princípios lógicos da lógica clássica importantes. Estas críticas apontam para a não validade em geral de tais princípios de acordo com a interpretação operacional.

No terceiro capítulo será o caso dos conceitos matemáticos, analisados no interior da matemática e também relacionado ao seu uso nas teorias das ciências da natureza. Destacaremos também a aproximação da concepção operacional de Bridgman com a concepção intuicionista de L. E. J. Brouwer em relação a interpretação dos conceitos matemáticos.

Por último, destacamos que esta é uma pesquisa que visa aprofundar e analisar uma concepção importante para a filosofia da ciência do início do século XX, procurando revelar quais eram os principais problemas que a filosofia da ciência da época procurava responder e de que forma o operacionalismo de Bridgman fornecia uma resposta, pelo menos de forma satisfatória.

Capítulo 1

O operacionalismo na filosofia da ciência

1.1. Operações físicas e operações papel-e-caneta

A concepção operacional formulada por Bridgman em sua *The Logic of Modern Physics* (1927) pode ser compreendida como uma concepção filosófica da ciência surgida na primeira metade do século XX, a qual aborda, por exemplo, questões sobre o significado dos conceitos teóricos; sobre a possibilidade de conexão destes conceitos com experiências de natureza física ou mental; sobre o papel e a importância das teorias; sobre como entender o processo de matematização das teorias; sobre quais são os limites das experiências físicas; sobre qual a conexão entre operações físicas e operações papel-e-caneta; etc.

Para começar, podemos dizer que o operacionalismo defende que os significados dos conceitos que aparecem nas teorias das ciências da natureza, sejam eles físicos, lógicos ou matemáticos, devam ser obtidos através da construção de procedimentos operacionais. Uma vez construídos, teríamos uma forma de verificar o significado deles sempre que a operação for novamente levada a cabo pelo cientista. Como abordamos na Introdução, Bridgman destaca duas classes diferentes de operações: as operações físicas e as operações papel-e-caneta. As operações físicas são também consideradas como operações de laboratório ou também chamadas de operações instrumentais, porque se caracterizam pela utilização de instrumentos físicos para as análises. São elas que atribuem significado aos conceitos físicos ou empíricos. Já as operações papel-e-caneta são operações de cálculo, levadas a cabo numa linguagem simbólica, conectada com as equações teóricas, etc. São elas que atribuem significado aos conceitos não empíricos, normalmente conceitos lógicos, matemáticos, de equações teóricas, etc. Há também um outro tipo de operações que também é abordado por Bridgman, a saber, as operações verbais, que são operações feitas na linguagem verbal ou falada, a qual Bridgman dá pouco destaque por serem operações que interessariam mais aos que trabalham com retórica, oratória, etc., de pouca relevância quando o destaque é linguagem da rede teórica da ciência. Bridgman não aprofunda sua análise sobre este tipo de operações, mas destaca que elas não podem ser confundidas com as operações papel-e-caneta, pois embora estas também sejam operações numa linguagem, as operações papel-e-caneta se referem a operações numa linguagem formal, diferentemente das operações verbais. Como Bridgman não aprofunda esta questão, também não iremos focar neste tipo de operação, mas sim, em uma exposição mais detalhada das operações físicas e das operações papel-e-caneta.

Bridgman considera que conceitos empíricos simples como “comprimento”, “temperatura”, “tempo”, etc., adquirem significado operacional quando estiverem conectados com operações físicas. Estas operações normalmente se caracterizam pela utilização de instrumentos físicos para que um resultado possa ser obtido. Por exemplo, operações com réguas métricas permitem verificar o significado do conceito “distância” entre dois pontos; operações com instrumentos como relógios permitem verificar o significado do conceito “tempo”, “simultaneidade” (caso uma sincronização entre relógios for feita); operações com termômetros identificam e dão significado ao conceito “temperatura”; etc. Bridgman exige também que estes conceitos não estejam isolados, mas acompanhados de um texto que serviria como referencial, seja aos conceitos empíricos, seja aos conceitos das equações. A função do texto é a de informar quais instrumentos físicos foram utilizados em um experimento, qual conceito este experimento está definindo e, além disso, permitiria saber sob quais condições é possível fazer as “esperadas” medições físicas, considerando que em situações extremas, como de excesso de calor, de frio, em campos elétricos ou magnéticos específicos, etc., alguns tipos de instrumentos simplesmente não podem ser utilizados, porque o risco de não obter nenhum resultado em situações extremas pode ocorrer. O “texto” mencionado por Bridgman faria parte do conjunto linguístico expositivo da teoria e poderia, como disse, estar vinculado aos conceitos, às equações, seja no interior ou em anexo às próprias teorias, como um importante instrumento que orientaria os cientistas sobre como seriam realizados os procedimentos operacionais e sob quais situações seria possível ou impossível realizá-los. Para Bridgman:

> Em geral, entendemos por qualquer conceito nada mais que um conjunto de operações; *o conceito é sinônimo do correspondente conjunto de operações*. Se o conceito é físico, como o de comprimento, as operações são operações físicas reais, isto é, aquelas pelas quais o comprimento é medido; se o conceito é mental, como o de continuidade matemática, as operações são mentais, isto é, aquelas pelas quais determinamos se um agregado de magnitudes dado é contínuo. (BRIDGMAN, 1960, p. 5)

Além disso, o texto determina qual procedimento operacional foi utilizado pelo cientista, informando, em alguns casos, que apesar de existir dois tipos de procedimentos operacionais diferentes disponíveis, apenas um deles foi utilizado ou caso tenha sido realizado duas ou mais operações, qual seria a escala de diferença entre os resultados de ambas operações. Isso ajudaria o cientista a não se confundir no momento de reproduzir a operação desejada, perante, em alguns casos, uma ampla variedade de tipos de operações instrumentais. O texto também pode determinar e limitar o alcance dos resultados. Por exemplo, o termômetro de gás é utilizado para medir a temperatura de objetos em condições de temperatura muito baixas, de até −269°C. O termômetro de álcool[1] é utilizado para medidas em escalas interessantes, tanto para temperaturas baixas quanto altas, variando, por exemplo, entre -10°C a 150°C. Há também o termômetro de mercúrio, normalmente muito bom para medir a temperatura de corpos, seja de humanos ou de animais, por ter uma leitura melhor

[1] Também conhecido como termômetro de laboratório.

quando a temperatura variar entre 35°C a 45°C. Neste sentido, Bridgman alerta para a especificação textual precisa do instrumento utilizado no procedimento operacional do conceito "temperatura". Assim:

> A ideia fundamental de uma análise operacional é bastante simples; isto é, não sabemos o significado de um conceito a menos que possamos especificar as operações que foram usadas por nós ou por nossos colegas na aplicação do conceito em uma situação concreta qualquer. (BRIDGMAN, 1952, p. 7)

> Em geral, para saber o significado de qualquer termo é suficiente saber quais operações aplicar para verificar em qualquer instância concreta que o termo tenha sido propriamente usado. (BRIDGMAN, 1959, p. 56)

Afim de evitar uma confusão de conceitos, Bridgman defendeu uma proliferação de conceitos quando operações com instrumentos diferentes forem levadas a cabo. Por exemplo, operações que utilizam réguas métricas, trenas, fitas métricas, etc., definem conceitos diferentes de "distância", ou seja, definem, respectivamente os conceitos "distância-régua", "distância-trena", "distância-fita", etc. Com isso, Bridgman pensou na existência de uma "proliferação" de conceitos científicos muito grande e recebeu críticas por esta ideia, por exemplo, Carl Hempel por adotar uma concepção que parecia mais confundir os cientistas do que esclarecer o significado. Bridgman defendeu a proliferação dos conceitos por razões práticas, no sentido de que o cientista saberia a forma como seria construída a operação e quais os resultados poderiam ser obtidos a partir desse processo. Porém, do ponto de vista filosófico ou teórico, esta perspectiva "prática" apontada por Bridgman possa ser considerada duvidosa.

Há também a questão dos inobserváveis envolvida nos procedimentos operacionais. Embora Bridgman nem sempre tenha se dedicado a tratar sobre esta e algumas outras questões filosóficas com a devida profundidade, podemos dizer que sua concepção não exigia que todos os conceitos que apareciam nas operações físicas precisavam de um correspondente empírico observável diretamente. Ele aceitava também os conceitos que se referiam a objetos observáveis indiretamente nas operações físicas. Não considerava tais conceitos como carentes de significado, mas fazia uma distinção entre conceitos significativos diretamente e conceitos significativos indiretamente. Desta forma, tornava sua concepção mais aceitável entre os físicos, ou seja, não tão pragmática ou celetista, reconhecendo os avanços das teorias físicas a partir de teorias onde apareciam estes conceitos.

Os inobserváveis presentes nas operações físicas eram referentes a micropartículas de estruturas atômicas, muito característico do desenvolvimento das principais teorias físicas do início do século XX. Por exemplo, embora não seja possível uma observação direta de elétrons, são conhecidas algumas propriedades dos elétrons, como carga elétrica, spin, etc., através de observações indiretas. Da mesma forma, aceitava as teorias sobre gases, sobre o núcleo atômico (embora criticasse a teoria atômica de Bohr na época), sobre altas temperaturas, altas velocidades, sobre o interior de um sólido, etc. Como disse, Bridgman não aprofundou muito sobre essa questão, mas certamente como físico não nutria expectativas em conceber uma física cujas teorias apenas tivessem fenômenos observáveis diretamente, especialmente, como disse, em uma época onde os principais desenvolvimentos da física eram nas áreas de física quântica e atômica, e estas não poderiam ser excluídas da possibilidade de interpretação operacional.

Se, por um lado, aparecem as operações físicas aos conceitos e, consequentemente, para as afirmações da experiência, por outro lado, aparecem as operações papel-e-caneta, algumas vezes caracterizadas por Bridgman como operações mentais. Conforme mencionado na Introdução, bem como em suas primeiras obras, Bridgman chamou este segundo tipo de operações como "mentais", porém, resolveu substituir o termo por operações papel-e-caneta talvez por considerar o conceito "mental" como muito amplo, como envolvendo processos imaginativos de vários tipos que não caracterizaria aquilo que ele gostaria que elas fossem. Sua pretensão era identificar as operações teóricas de cálculo que aparecem nas equações teóricas. Estas operações são construídas a partir de um sistema axiomático, podendo também ser produzidas por algoritmos, regras específicas da lógica e da matemática, etc. Neste sentido, considerou o termo operações "papel-e-caneta" como o mais adequado para expressar estas operações, embora saibamos que nem todo o cálculo precisa ser exposto ou reduzido ao que se pode fazer com papel e caneta. Carl Hempel chamou as operações não instrumentais como operações simbólicas, um termo que parece interessante para a identificação delas.

Como salientado anteriormente, as operações papel-e-caneta procuram fornecer significado aos conceitos não-empíricos, normalmente conceitos lógicos, matemáticos ou simbólicos de alguma natureza, os quais normalmente aparecem envolvidos nas equações teóricas das ciências experimentais. Em muitos casos, estas operações envolvem cálculos feitos sobre resultados de medidas físicas, embora que Bridgman defenda abertamente que a relação de correspondência entre as operações papel-e-caneta com as operações físicas é de uma correspondência apenas *parcial*. Esta é uma defesa importante do operacionalismo, novamente não apresentando uma concepção filosófica radical ou excessivamente empirista neste contexto, na tentativa de tornar o operacionalismo mais aceitável entre físicos e também filósofos. Este é uma outra defesa de uma concepção mais amena e defensável também, semelhante a aceitação dos inobserváveis exposto anteriormente.

Bridgman reconhece que o alcance das operações matemáticas vai muito além dos resultados obtidos pela utilização ou não de instrumentos físicos nas operações físicas, considerando que é possível operar matematicamente com um número de casas decimais muito além daquelas fornecidas pelas medições físicas. Assim, exige apenas uma correspondência parcial entre as operações papel-e-caneta com as operações físicas, destacando que o que vai interessar, por exemplo, a um físico, é especialmente, embora não apenas, aquela parcela da matemática que apresentar algum correspondente empírico. Desta forma, Bridgman não se compromete com uma matemática excessivamente empirista, ampliando o leque de aceitabilidade da matemática interpretável operacionalmente para além daquilo que pode ser obtido empiricamente. Assim, defende que a necessidade de correspondência deve existir na ciência, embora não deva ser e não há necessidade de ser uma correspondência entre todos os elementos de ambos os tipos de operações. Para Bridgman:

> (...) nossa matemática não está construída de tal forma que automaticamente deixa de ser válida no domínio de magnitudes tão pequenas que não têm significado físico. Temos falado sobre o comportamento de modelos matemáticos na região além da verificação direta, por experimento, e em particular na região de coisas muito pequenas para serem medidas. (BRIDGMAN, 1936, p. 97)

> Em primeiro lugar é obvio que as operações matemáticas são diferentes por natureza das operações de laboratório, pelo menos em um aspecto importante. As últimas são sempre sujeitas a certa nebulosidade ou margem de erro, como quando tentamos empurrar nossas leituras ao limite estimando a fração da menor divisão do nosso instrumento. Não há tal nebulosidade na matemática, mas qualquer número pode ser escrito em um número ilimitado de casas decimais (pela repetição de zeros em qualquer caso), muito além da possível precisão de qualquer medida física. (BRIDGMAN, 1952, p. 10)

Em sua *The Nature of Physical Theory* (1936) Bridgman deu atenção especial à questão da correspondência entre as operações, percebendo o alcance das operações físicas em relação as operações papel-e-caneta. Em particular, seria possível construir um modelo matemático de cálculo para situações que não sejam acessíveis a medidas físicas ou também extrapolar muito além das casas decimas fornecidas pelas medições físicas, reconhece Bridgman. Por exemplo, como calcular tempos negativos ou outras situações não passíveis de medições com instrumentos. Estas seriam idealizações de estruturas físicas, passíveis de cálculos matemáticos, mas não produzidas empiricamente. Porém, a restrição imposta às operações papel-e-caneta é de que elas sejam determinadas por regras, o que impediria, segundo Bridgman, a existência de conceitos inconsistentes[2]. Assim:

> Inerente aos requerimentos do próprio modelo, parece não ser necessário que todas as operações matemáticas devam se corresponder a processos reconhecíveis no sistema físico. Também não há nenhuma razão para que todos os *símbolos* que aparecem nas equações matemáticas fundamentais devam ter correspondentes físicos, nem razão para excluir a introdução de quantidades auxiliares puramente matemáticas criadas para facilitar as operações matemáticas, se isso for possível. Um bom exemplo é a tensão dentro de um corpo sólido na teoria da elasticidade. Uma tensão jamais é medida como tal, mas é uma quantidade puramente construtiva, um composto de seis componentes que podem ser calculados em constantes elásticas, e isso é útil porque as forças agem através da face livre do sólido e são diretamente mensuráveis, podendo ser facilmente calculadas. (BRIDGMAN, 1936, p. 66)

> (...) uma observação simples mostra que os físicos proveitosamente empregam conceitos cujos significados não são dados por operações instrumentais de laboratório, e que não podem ser reduzidos a tais operações sem perdas. Aproximadamente todos os conceitos da física teórica ou da matemática são desse caráter como, por exemplo, o de tensão dentro de um corpo elástico sujeito a forças externas, ou a função ψ da mecânica de ondas. (...) Todas as operações não-instrumentais podem ser livremente chamadas de operações "mentais". Entre as várias operações mentais podemos dar atenção especial aos tipos de operações executadas pelo físico teórico em suas manipulações matemáticas e caracterizá-las como operações "papel-e-caneta". (...) Entre as operações papel-e-caneta estão incluídas todas as manipulações com símbolos, sejam ou não símbolos convencionais da matemática. (...) Eventualmente, será suficiente reconhecer somente esses dois tipos de operações, isto é, operações instrumentais e operações papel-e-caneta. (BRIDGMAN, 1952, p. 8-9)

De maneira geral, a concepção operacional aceita resultados matemáticos de teorias matemáticas sem que uma correspondência com operações físicas esteja envolvida, mas exige que estes conceitos, conjuntos e demais processos construtivos da matemática sejam obtidos através de

[2] Sobre a questão da consistência de conceitos e dos elementos construtivos da matemática, serão tratados na sequência e, mais detalhadamente, no capítulo 3.

algum tipo de procedimento “formal”. Desta forma, a concepção operacional “salva” o infinito potencial na matemática e todas as estruturas matemáticas regradas. Por outro lado, rejeita, por exemplo, o infinito atual na matemática, pela sua impossibilidade construtiva[3].

Ainda sobre a questão da correspondência parcial entre as operações, aparece também uma crítica de Bridgman ao físico Werner Heisenberg exatamente sobre este ponto na sua obra de 1936. Para Bridgman, Heisenberg defendeu a necessidade de uma relação de correspondência total entre a estrutura de cálculo com as operações físicas na ciência, uma exigência desnecessária do ponto de vista operacional, como vimos. Esta crítica aparece em passagens como:

> Tenho ponderado, entretanto, se talvez este requerimento de Heisenberg não foi formulado após sua teoria (a Mecânica Matricial) como uma justificativa filosófica para o seu sucesso, ao invés de ser considerado como parte indispensável na formulação da teoria. Apesar de seu alcance racional, e do fato de que satisfaz às exigências do operacionalismo, isso parece não ser necessário do ponto de vista dos modelos matemáticos que temos discutido. Tudo o que é exigido de uma teoria é que ela forneça as ferramentas para calcular o comportamento do sistema físico, e isso é capaz de ser feito mesmo quando há uma correspondência entre aqueles aspectos do sistema físico que trata de reproduzir e *alguns* dos resultados das manipulações matemáticas. (BRIDGMAN, 1936, p. 65)

> Percebo que todos os passos em uma teoria matemática como devendo ter seus correspondentes no sistema físico é consequência, segundo acredito, de um certo sentimento místico sobre a construção matemática do mundo físico. (BRIDGMAN, 1936, p. 67)

O filósofo e matemático Marcus Giaquinto considera justa a crítica de Bridgman à Heisenberg. Para ele, Heisenberg exagerou no paralelismo física-matemática, como vemos na citação:

[3] Detalhes importantes desta questão serão abordadas no capítulo 3.

> Heisenberg foi criticado de maneira justa por Bridgman ao exigir uma medida operacionalmente definida para todo termo numérico que ocorre em uma teoria física e uma interpretação operacional, expressável em linguagem ordinária, para toda equação. (GIAQUINTO, 1983, p. 127) [*tradução nossa*]

Como o operacionalismo não apresenta esta exigência correspondencial, são bem-vindos modelos físicos e matemáticos nas teorias das ciências da natureza, simplesmente pelo caráter utilitário ou pragmatista dos mesmos, como exposto acima. Bridgman dedica o capítulo "Models and Constructs" já em sua primeira obra de 1927 para destacar a importância deles na ciência, em especial, em passagens como:

> Quando se pensa num átomo como uma coisa com qualquer propriedade geométrica, acredito que o que essencialmente se faz é imaginar um modelo, multiplicando todas as dimensões hipotéticas por um fator grande o suficiente para trazê-lo para uma ordem de grandeza da experiência ordinária. (...) Sobre isso, acredito que um modelo é uma ferramenta de pensamento útil e necessária, que nos permite pensar sobre termos não-familiares em termos familiares". (BRIDGMAN, 1960, p. 52-53)

> Outro constructo indispensável e um dos mais interessantes é o do átomo. Isso é evidentemente um constructo, porque ninguém nunca pôde experienciar um átomo diretamente, e sua existência é inteiramente inferencial. O átomo foi inventado para explicar constantes de peso na química. Por longo tempo não havia outra evidência de sua existência, e isso permaneceu pura invenção, sem realidade física, útil na discussão de certo grupo de fenômenos. (BRIDGMAN, 1960, p. 59)

Bridgman reconhece a importância de descobertas fundamentais na física a partir do momento em que os constructos e modelos de diversos tipos começaram a ser aceitos na física e nas demais teorias das ciências da natureza e das ciências formais. Mas alerta:

> A moral disso tudo é que os construtos são muito úteis e até inevitáveis, mas também podem originar muitos perigos, e por isso é necessária uma crítica cuidadosa para evitar leituras em suas implicações que não estejam garantidas

> pela experiência, e que podem afetar profundamente nossa perspectiva e o curso da ação. (BRIDGMAN, 1960, p. 60)

> A invenção de novos conceitos certamente não é coisa fácil, e é algo que a física tem sempre deliberado, e talvez justificadamente, evitado, como é mostrado pelas persistentes tentativas de levar as noções da mecânica até as estruturas mais finas. (...) Acredito que quanto mais nos afastarmos da experiência ordinária, a invenção de novos conceitos se tornará cada vez mais necessária. (BRIDGMAN, 1960, p. 195)

Para finalizar, no capítulo "Mathematics in Application" de sua *The Nature of Physical Theory* (1936), Bridgman destacou também a importância do texto acompanhando as equações que contenham conceitos lógicos ou matemáticos. Seu objetivo é semelhante ao que ocorre em relação aos conceitos físicos, ou seja, enquanto guia e orientação para cientistas e/ou matemáticos de maneira geral reconhecerem quais daqueles elementos manipulados pelas operações papel-e-caneta podem se corresponder com operações físicas e, além disso, quais não podem estabelecer esta relação. Assim:

> As equações devem sempre estar acompanhadas de um "texto" dizendo qual é o significado das equações e como usá-las. Assim, se fixo uma teoria matemática de um corpo caindo sob a ação da gravidade, tenho a equação $dv/dt=g$, mas tenho que completar a equação através de um "texto", dizendo que v é um número que descreve uma propriedade do corpo em movimento, que pode ser obtido por certo tipo de medida especificada, e que t é o tempo obtido por outro tipo de medição, etc. A equação então determina por integração ou por outra operação matemática o sistema de números. Por exemplo, por integração, a equação acima dá: $v= gt + v_0$ ou $s= gt^2/2 + v_0t + s_0$. O que eu quero dizer é que as equações contêm uma teoria dos corpos que caem e que os números obtidos pelas manipulações físicas estipuladas no texto satisfazem a equação ao serem substituídos nela. O texto não deve descrever apenas a natureza de uma medida, mas deve também especificar a conexão entre os diferentes símbolos de uma equação. (BRIDGMAN, 1936, p. 59)

> Uma das funções do texto é nos dizer como fixar a correspondência entre os números dados pela equação e os números obtidos pela manipulação do sistema físico. (BRIDGMAN, 1936, p. 60)

Apesar da importância dada ao papel do "texto" nas teorias físicas, Bridgman praticamente não se referiu mais a ele em outras obras, a não ser em passagens das obras de 1927 e 1936. A tentativa principal de Bridgman parece ter sido apenas a de destacar as diferenças estruturais importantes entre as operações papel-e-caneta com as operações físicas, além de mostrar ao físico, através do texto, que tipo de correspondência é possível ser esperada.

1.2. Fundamentação teórica do operacionalismo

1.2.1. *Definições diretas e Definições pelas propriedades*

Os procedimentos operacionais são considerados formas de definir diretamente o significado dos conceitos da ciência, ao contrário de formas de definir consideradas indiretas para Bridgman, como definições pelas propriedades. Segundo ele, esta forma de definir os conceitos poderia gerar conceitos com significados confusos, até mesmo autocontraditórios, porque nenhuma forma de experiência estaria vinculada ao conceito. Esta forma de definição pelas propriedades, condenada operacionalmente, pode atingir conceitos empíricos e também não empíricos, como os conceitos da estrutura formal das teorias.

Como dissemos na introdução, Bridgman teria percebido uma confusão em relação a alguns conceitos teóricos da física em um curso para físicos sobre eletrodinâmica e teoria da relatividade especial. Considerou, a partir daí a importância da ligação dos conceitos das teorias, sejam empíricos ou não, com experiências, além disso, as operações seriam as melhores formas de fazer esta experiência, de acordo com o que é defendido por Bridgman. Sua interpretação da teoria da relatividade especial de

Einstein parece indicar esse sentido aos conceitos da ciência, especialmente a partir dos exemplos simples como de "tempo", "espaço", "simultaneidade", etc., empregados por Einstein. Uma definição direta destes conceitos envolveria a verificação em relógios, a sincronização deles para a "simultaneidade", além de réguas métricas ou triangulação óptica para a medição de espaço. A atenção para a forma de verificação dos conceitos teóricos teria sido dada por Einstein em sua teoria da relatividade especial, admite Bridgman. Assim, "tempo" é um conceito significativo quando associado a essas experiências, as quais são, para Bridgman, experiências operacionais. Com efeito, não possuir tais experiências torna o conceito carente de significado e seu uso na ciência precisa ser limitado ou banido. Definir o conceito "tempo" descrevendo suas propriedades é procurar algumas propriedades do conceito e esta forma de definição teria aparecido na Mecânica de Newton, segundo Bridgman, e criticada por Einstein. Além disso, seria "apelar" novamente para a utilização da linguagem para a definição, um perigo em se tratando da busca por bons fundamentos teóricos, alerta Bridgman. Ele reconhece que realizando "verificações" dos conceitos teóricos os cientistas das ciências da natureza poderiam conferir os resultados na experiência e assim evitar que conceitos que não possuem nenhuma correspondência aparecessem nelas, numa referência específica aos conceitos "absolutos" da Mecânica de Newton. Assim, as definições diretas teriam este duplo papel, a saber, evitar conceitos com significados confusos, estabelecendo operações para conceitos e afirmações, bem como barrar qualquer conceito que pretenda ser científico caso não puder ser definido desta forma. Como disse, as definições pelas propriedades seriam formas de definir termos linguísticos utilizando novamente a linguagem e o círculo vicioso desse processo poderia gerar, em alguns casos, problemas de circularidade ou de má-definição, sustenta Bridgman.

Apesar desta análise sobre as definições, o operacionalismo de Bridgman não desenvolve uma análise mais elaborada sobre os supostos conceitos metafísicos na ciência; sobre como seria uma linguagem operacional; se esta linguagem se assemelharia a linguagem protocolar do empirismo lógico; ou a linguagem fisicalista proposta Rudolf Carnap; etc. Ele optou por fazer uma análise mais geral da questão do significado dos conceitos teóricos fortemente vinculada com as questões de fundamento das teorias das ciências da natureza. Mas, da mesma forma como os representantes do empirismo lógico, estava preocupado com a busca de fundamentos filosóficos para a ciência da época, como vemos em passagens como a que segue:

> É evidente que se adotarmos esse ponto de vista frente os conceitos, isto é, de que a própria definição de um conceito não é em termos de suas propriedades mas em termos de operações reais, não precisamos correr o perigo de ter que revisar nossa atitude frente à natureza. Pois se a experiência é sempre descrita em termos da experiência, deverá sempre existir uma correspondência entre a experiência e a nossa descrição dela, e não precisaremos nunca ficar embaraçados como ter de encontrar na natureza um protótipo do tempo absoluto de Newton. (BRIDGMAN, 1960, p. 6-7)

Historicamente, antes de Bridgman e do próprio Einstein, aparecem algumas críticas importantes em relação ao uso de conceitos absolutos na ciência. Algumas dessas críticas aparecem, por exemplo, nos escritos de G. W. Leibniz, G. Berkeley e E. Mach, em particular, em relação a forma como são interpretados estes conceitos na física newtoniana. E. Mach, por exemplo, considerou tais conceitos como “monstruosos” quando adotados cientificamente. R. A. Martins (1982) traduz duas citações de E. Mach da versão francesa de sua *A Mecânica* de 1904 que deixam claro esta crítica:

> Lendo essas observações, parece que Newton ainda está sob influência da filosofia medieval, e que ele não é fiel a seu objetivo de estudar apenas os fatos. (...) Estamos absolutamente impossibilitados de medir pelo tempo as mudanças das coisas. O tempo é apenas uma abstração a que chegamos por causa dessas mesmas mudanças, e não somos forçados a qualquer medida determinada dele, já que todas (as mudanças) são mutuamente dependentes. Chamamos de movimento uniforme aquele em que mudanças iguais de posição correspondem a mudanças iguais em um movimento de referência que é

> o da Terra. Um movimento pode ser uniforme em relação a outro, mas perguntar se um movimento é uniforme em si mesmo não tem significado. Falar de um 'tempo absoluto' independente de qualquer mudança é também sem significado. Este tempo absoluto não pode ser medido por movimento algum: ele não tem valor, nem prático, nem científico. Ninguém pode dizer que sabe alguma coisa sobre este tempo absoluto: ele é um ente 'metafísico' inútil. (MACH, 1904, p. 217-218)

> Não devemos confundir a capacidade de imaginar o movimento absoluto com a possibilidade de reconhecê-lo. Apenas a segunda importa. (...) O pesquisador natural somente se preocupa com a identificação. O que ele não pode reconhecer, o que não tem marca sensível, não tem significado na ciência. Excluir o movimento absoluto é eliminar aquilo que não tem significado físico. (MACH, 1904, p. 487)

Reconhecidamente, a concepção de H. Poincaré também exprimia uma concepção na ciência que se aproximava do operacionalismo de Bridgman, além de ter influenciado também o operacionalismo de Bridgman, expresso por este em algumas passagens de suas obras[4]. Esta proximidade não ocorre apenas em relação aos conceitos empíricos, mas também em aspectos importantes da concepção filosófica da matemática de Poincaré, em particular, quando ambos expressam uma concepção construtivista da matemática[5].

Em relação aos conceitos lógicos, matemáticos e da física teórica de maneira geral, a exigência do operacionalismo também é por definições diretas dos conceitos e uma crítica a definições pelas propriedades. Como este tema será abordado mais especialmente no capítulo 3, cabe aqui analisar apenas alguns detalhes importantes. As definições diretas dos conceitos formais, conforme sustentado pelo operacionalismo, devem ser construídas por operações papel-e-caneta. Assim:

> Retornando agora ao argumento principal, é imediatamente óbvio que a técnica operacional automaticamente assegura à matemática o *sine qua non* de

---

[4] Cf. MARTINS, 1982, p. 61-62.

[5] Não aprofundaremos esta proximidade com a filosofia de H. Poincaré.

> auto consistência para operações realmente levadas a cabo, sejam físicas ou mentais, elas são formas especiais de experiência, de forma que qualquer conceito matemático ou argumento analisado em termos de operações reais deve ter a auto consistência de toda experiência. (BRIDGMAN, 1934, p. 108)

Bridgman parte do pressuposto de que nossas experiências, sejam elas físicas ou mentais, são consistentes. Um argumento curioso é utilizado por ele aqui, a saber, o fato de que apenas um elemento de cada vez é percebido pela consciência humana. Estes elementos podem ser da porção de nossa experiência externa, que são os dados dos nossos sentidos ou também dados da porção de nossa experiência interna, que são os conteúdos mentais que estão na consciência do sujeito. Além disso, como as operações são formas de experiência, sejam elas experiências físicas ou papel-e-caneta (considerando que esta é uma forma de experiência mental), a consistência da experiência é transmitida também para essas duas classes de operações mencionadas. Duas citações nos ajudam a compreender o que Bridgman tinha em mente:

> A experiência não é autocontraditória porque somente uma coisa acontece para nós em um tempo. (...) Talvez se pudéssemos aprender a separar nossa consciência para podermos presenciar simultaneamente dois focos da atividade mental, o princípio de não-contradição perderia sua força. Eu posso relembrar como experiência própria que não tive sorte em tentar assim multiplicar minha autoconsciência. (BRIDGMAN, 1934, p. 108)

> (...) em última análise, nossas teorias restringem-se a descrições de operações realmente levadas a cabo em situações reais, e então não pode nos envolver em inconsistência ou contradição, desde que estas não ocorram em situações físicas reais. (BRIDGMAN, 1936, p. 9)

É um argumento que parece interessante até mesmo para a defesa do aspecto construtivo da matemática e, salvo engano, não parece ser um argumento explorado ou apresentado na literatura da filosofia da matemática construtivista.

Para finalizar, ressaltamos o fato de que alguns matemáticos concordam com a tese de Bridgman de inexistência de contradição nos fatos ou em nossas experiências empíricas. Por exemplo, o matemático e também filósofo Marcus Giaquinto defende a tese de Bridgman de inexistência de contradição nos fatos, pois, para ele, uma contradição apenas poderia aparecer em afirmações sobre os fatos, isto é, na linguagem e não nos próprios fatos empíricos.

Na próxima seção será analisada a aproximação entre a concepção operacional com duas outras concepções importantes em filosofia da ciência, a saber, o redutivismo e o instrumentalismo.

1.2.2. *O antirrealismo em filosofia da ciência*

As concepções antirrealistas em filosofia da ciência são caracterizadas por alguns aspectos importantes. De forma bastante resumida, estas características se referem à forma como são aceitas as teorias; à forma como são construídas as teorias; ao tratamento das afirmações da ciência; ao que pode ser aceitável no interior das teorias; aos diversos aspectos em relação às entidades teóricas; etc. Considerando a interpretação padrão, a defesa do antirrealismo em relação às teorias científicas é de que não se tratam de estruturas consideradas verdadeiras ou aproximadamente verdadeiras, mas são concebidas como instrumentos bons ou não para a descrição dos fenômenos empíricos. Com relação as afirmações científicas, a defesa do antirrealismo é pela necessidade de algum procedimento de verificação para identificar a verdade ou não dela. Sem um procedimento de verificação acompanhando as afirmações, não é possível determinar um valor de verdade. Em relação às entidades inobservadas, elas simplesmente não existem da mesma forma como é atribuída existência ao que é observável. São interpretadas como modelos, ficções úteis, etc.

Estas ideias são notadamente divergentes em relação à concepção realista em filosofia da ciência, que defende a concepção de "verdade" ou de "aproximação à verdade" para as teorias científicas, além de não exigir procedimentos de verificação para as afirmações científicas. Além disso, aceita as entidades inobservadas das teorias com mais facilidade do que os antirrealistas.

Não vamos focar nos detalhes sobre este dualismo, a não ser perceber que a concepção operacional se aproxima claramente da interpretação antirrealista em filosofia da ciência. Não temos no operacionalismo de Bridgman uma interpretação das teorias como "verdades" ou "verdades aproximadas", porém mais próximo de considerar as teorias como estruturas criadas pelo cientista, expostas em uma linguagem e, neste sentido, mais próximo do papel instrumental das teorias. É consenso que Bridgman não tratou especificamente sobre estas questões, nem fez uma abordagem muito profunda de questões filosóficas pertinentes. Outra característica que reflete o antirrealismo da concepção operacional de Bridgman é com relação a exigência de verificação dos conceitos e afirmações das teorias como garantia de sua significatividade, assemelhando-se, porém com as devidas ressalvas, à concepção epistemológica antirrealista defendida pelo empirismo lógico do Círculo de Viena. Apesar de que foi dos membros do Círculo de Viena que vieram as principais críticas à concepção operacional de Bridgman, em particular, por Herbert Feigl (apenas para citar um exemplo). Afirmações como: "*O conceito é sinônimo com o correspondente conjunto de operações*" (BRIDGMAN, 1960, p. 5) expressam a proximidade com a concepção defendida pelo Círculo de Viena. L. Hegenberg (por ex.) destaca o seguinte[6]:

> Em linhas gerais, as ideias de Bridgman estão bem próximas das que sustentaram os membros do círculo vienense. Tanto os "operacionalistas" como os "positivistas lógicos" sustentaram a necessidade de critérios de significância de natureza empírica e os adeptos das duas correntes deram grande ênfase ao dado empírico, fator imprescindível para atribuir importância objetiva a qualquer discurso. Se existe diferença marcada entre as duas escolas, pode-se situá-la no fato de que o círculo de Viena tratou o significado empírico como uma característica dos enunciados (como a susceptibilidade de serem os enunciados testados por experimentação ou observação), ao passo que Bridgman e

[6] A aproximação da concepção de Bridgman com o empirismo lógico também é apresentada por Ernest Nagel, em um importante capítulo chamado "Estatuto Cognitivo das Teorias Científicas" de sua *The Structure of Science* (1961).

> seus seguidores preferiram construir o significado empírico associado aos conceitos ou termos que os representam (como a sua susceptibilidade de se submeterem às definições operacionais). (HEGENBERG, 1963, p. 504)

A questão do significado dos conceitos teóricos é o problema filosófico que aproxima a concepção operacional da concepção do empirismo lógico, embora que algumas particularidades também aparecem e estas diferenciam ambas concepções. A primeira particularidade pode ser vista na citação de Hegenberg acima, quando mostra que o operacionalismo está mais preocupado com o significado dos conceitos, enquanto o empirismo lógico com as afirmações. Carl Hempel também destaca esta diferença em seus escritos. Outra particularidade refere-se ao fato da proposta de Bridgman mostrar como deveria ser feita a verificação na experiência, ou seja, apresentando o que são as operações físicas; quais os limites dessas operações; qual a importância dos instrumentos de medida nesse processo; quais as limitações dos instrumentos de medida enquanto estruturas que fornecem dados para operar matematicamente; entre outras. No empirismo lógico aparece a caracterização da linguagem protocolar; da forma como é pensada a estruturação axiomática para as teorias; etc., mas não se referindo a proposta específica "operacional" da forma como é mencionada por Bridgman. Além disso, a proposta "operacional" de Bridgman atinge também os conceitos da lógica e da matemática, os quais não são mencionados nem passíveis de aplicação pelo critério proposto pelo empirismo lógico. O empirismo lógico considera a lógica e a matemática como independentes da experiência e defendiam a tese de que alguns conceitos como, por exemplo, os conceitos primitivos da geometria "ponto", "reta", etc., para citar apenas alguns, não eram passíveis de definições explícitas. As definições explícitas mencionadas poderiam ser tanto as definições operacionais de Bridgman, como as regras de correspondência de Rudolf Carnap. Estas críticas foram dirigidas aos procedimentos operacionais especialmente por Herbert Feigl e Rudolf Carnap como formas de mencionar que nem todos os conceitos científicos poderiam ser definidos como pensava Bridgman, pois a definição dos conceitos primitivos dependia do sistema axiomático adotado.

Na literatura filosófica aparecem algumas tentativas de resposta sobre estas aproximações do operacionalismo com algumas filosofias da ciência importantes. Abaixo temos duas citações que mostram isso:

> Habituado, porém, à vida de laboratório, o físico americano tentava-o por via diversa daquela que seguiram os positivistas de Viena, retornando às ideias de Mach, também um físico experimental. (HEGENBERG, 1963, p. 503) [7]

> O operacionalismo de Bridgman é uma tentativa de integrar num sistema coerente as ideias de Mach (de empirismo extremo), as de Poincaré (as leis não passam de convenções) e de Einstein (necessidade de estabelecer um elo entre fatos e teorias), na tentativa de fornecer uma imagem satisfatória da ciência moderna. (FRANK, 1935, p. 44) [*tradução nossa*]

Além das aproximações e diferenças com as ideias defendidas pelo empirismo lógico do Círculo de Viena, é notável também uma aproximação com o "proto-operacionalismo" de Poincaré na ciência, quando este defende a ideia de que os conceitos teóricos deveriam ser experienciados, dando a entender que o uso de instrumentos de laboratório deveria ser utilizado nesta experienciação.

Da mesma forma, o operacionalismo aproxima-se também facilmente de concepções como a de Bas van Fraassen em relação ao caráter instrumental das teorias, um fator determinante para o alinhamento da concepção operacional com o instrumentalismo em filosofia da ciência. Concepções realistas em relação à verdade das teorias, aproximação à verdade ou em relação ao caráter legítimo dos inobserváveis na ciência são simplesmente descartados pela concepção operacional como inadequados para o aspecto fundacional da ciência pretendido por Bridgman através de seu operacionalismo.

---

[7] Cf. também HEGENBERG, 1974, p. 503.

Capítulo 2

O operacionalismo na filosofia da lógica

Deste sua primeira obra em 1927 há um destaque ao papel da lógica e da matemática na estrutura das teorias das ciências da natureza. Embora Bridgman tenha uma preocupação clara com estas teorias, em particular, com as teorias da física, o destaque para a estrutura formal das teorias também aparece. Neste sentido, como vimos, as duas classes de operações são consideradas por Bridgman para que sua concepção possa dar conta de um número maior de conceitos científicos.

Nos capítulos dedicados sobre questões da lógica, em sua obra de 1927 e em obras posteriores, a concepção operacional de Bridgman começa com um questionamento à validade em geral de princípios lógicos importantes da lógica clássica ou aristotélica. Na análise feita por esta pesquisa, serão questionados dois princípios, a saber, o princípio lógico do terceiro excluído e o princípio lógico de não-contradição. Eles serão analisados em dois contextos, no contexto empírico e no contexto da matemática. No contexto da matemática o processo de aplicabilidade da lógica é mais natural, isso porque as duas áreas estão estruturadas numa linguagem simbólica. Já a análise da lógica no contexto empírico não é usual na literatura da ciência ou da própria lógica e também não é defendida pela maioria dos pesquisadores da lógica, mas defendida por Bridgman.

De maneira geral, podemos dizer que a concepção padrão da lógica a concebe como uma estrutura que se encontra no domínio da linguagem, é independente da experiência, e conforme aparece pela primeira vez em Aristóteles, analisa os argumentos dedutivos válidos a partir de um conjunto de princípios ou de regras pré-estabelecidas. Além disso, de acordo com a formulação aristotélica, há três princípios básicos do pensamento que funcionam como regras para o "bem pensar" ou para o "pensamento correto", a saber, o princípio de identidade, o princípio de não-contradição e o princípio do terceiro excluído. O princípio de identidade pode ser formulado formalmente como *A* é *A*, concebendo, num sentido filosófico, que todo objeto tem uma natureza imutável. O princípio de não-contradição determina que duas afirmações contraditórias não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo sob o mesmo aspecto. Assim, se *A* é verdadeira, $\neg A$ deverá ser falsa e vice-versa. E o princípio do terceiro excluído pode ser descrito da seguinte forma: "um objeto é *A* ou é não-*A*", formalizado na lógica proposicional pela estrutura $(A \vee \neg A)$. Como dissemos, a análise operacional destaca o princípio do terceiro excluído no domínio empírico e no domínio da matemática, concluindo que sua pretensa validade em geral como é defendida por Aristóteles é contestável. Esta contestabilidade, embora não abordada por Bridgman, também se estende ao princípio de não contradição, pela ligação lógica entre os dois princípios. O que cabe aqui é analisar os detalhes desta restrição ao princípio do terceiro excluído.

Bridgman começa sua contestação à validade em geral do princípio do terceiro excluído apontando para uma certa esterilidade da lógica quando aplicada no domínio da experiência. Questiona, como faz Francis Bacon e outros filósofos, os argumentos dedutivos da lógica. Para Bridgman, uma dedução precisa considerar a verdade ou não de suas premissas, que é fornecida pela experiência e não estabelecida hipoteticamente para que as conclusões sejam obtidas. Também questiona a importância empírica de argumentos cujas premissas e conclusões são falsas, mas mesmo assim são considerados válidos, por possuírem uma estrutura lógica válida.

No contexto do conhecimento, a lógica é considerada por Bridgman como pertencendo ao conjunto das operações papel-e-caneta, ou seja, não possuindo uma estrutura empírica, mas *linguística*, cujas operações são feitas numa linguagem a partir de um conjunto axiomático de regras básicas. Apesar da natureza distinta da lógica em relação com a experiência, considerou que os princípios lógicos deveriam estabelecer uma *correspondência*, mesmo que *parcial*, com a experiência quando aparecem nas teorias das ciências da natureza (conforme vimos no capítulo 1). Assim, concebê-los como válidos em geral "simplesmente" pelo significado dos termos envolvidos no princípio não satisfaz a concepção operacional em relação ao "uso" destes princípios na ciência, além de ser um argumento normalmente utilizado por lógicos e matemáticos para separar a lógica do domínio da experiência.

Como apontado acima, historicamente, a preocupação em procurar aproximar os princípios lógicos da experiência pode ser vista, por exemplo, nos escritos de Francis Bacon; em alguns filósofos do chamado empirismo inglês; em concepções filosóficas empiristas como de J. Stuart Mill; etc. Em particular, na obra de Bacon, *Novum Organum*, há um questionamento do silogismo aristotélico, focalizando na questão da determinação da verdade das afirmações empíricas do silogismo, possível apenas, para ele, quando for feita uma verificação empírica. Assim, estabelecer a verdade de afirmações com estrutura lógica como pressuposto indicaria a "esterilidade" defendida pelo operacionalismo no domínio das teorias das ciências da natureza. Em seu aforismo XIV, Bacon sugere:

> O silogismo consta de proposições, as proposições de palavras, as palavras são o signo das noções. Pelo que, se as próprias noções (que constituem a base dos fatos) são confusas e temerariamente abstraídas das coisas, nada que delas depende pode pretender solidez. Aqui está porque a única esperança radica na verdadeira indução. (BACON, 1997, p. 35)

Bridgman reconhece que exigir que todos os elementos das operações lógicas tenham um correspondente empírico seria admitir uma concepção excessivamente empirista para a lógica, por isso esta exigência não aparece no operacionalismo e a correspondência parcial é destacada. Desta forma, a lógica aplicada em contextos empíricos precisa de uma justificativa fora do processo dedutivo, pois é na conexão com a experiência que ocorre a avaliação sobre a verdade ou não das premissas e da conclusão de um argumento, sustenta Bridgman. Assim:

> Se respondermos operacionalmente à questão sobre o que é um princípio geral examinando o que fazemos com ele, veremos que é uma regra de procedimento que aceitamos como guia válido para nos conduzir em casos além das nossas experiências presentes. Se perguntarmos como estamos seguros da existência de tais guias, a resposta deve ser que jamais estaremos seguros até termos ensaiado, considerando que o futuro não está determinado pelo passado. (BRIDGMAN, 1936, p. 34)

> Considere, por exemplo, a forma clássica: todos os homens são mortais, Sócrates é homem, então Sócrates é mortal. Quando me pergunto sobre como estou seguro operacionalmente de que a premissa maior é correta, isto é, como sei que todos os homens são realmente mortais, a única resposta é que sei porque tenho verificado por observação que todos os homens são mortais, em cujo caso já verifiquei que Sócrates é mortal. A justificativa para o silogismo deve ser buscada fora de sua habilidade de revelar-nos verdades novas. (BRIDGMAN, 1936, p. 36)

A exigência do operacionalismo é de que a lógica seja um processo construído axiomaticamente, com regras estabelecidas, seja de caráter dedutivo ou indutivo, estabelecendo a conexão, parcial ou total, com a experiência. É uma forma de construção numa linguagem simbólica, configurada como pertencente à classe das operações papel-e-caneta, diferindo, portanto, das operações físicas, de caráter instrumental.

Mais especificamente, na próxima seção veremos como ocorre esse processo e análise da lógica da forma como aparece em Bridgman, levando em consideração a natureza da lógica e seu papel nas ciências da natureza apontados nesta breve introdução.

2.1. A lógica no contexto das teorias das ciências da natureza

Considerando o princípio do terceiro excluído aplicado no domínio da experiência, Bridgman apresenta um exemplo bastante simples para entender seu pensamento, a saber, “a maçã é verde ou não é verde”, que é uma instância empírica do princípio do terceiro excluído. Operacionalmente é necessário que ela seja verificável na experiência para que um resultado seja conhecido. Neste caso, trata-se da realização de uma operação física utilizando um espectro para medir o comprimento de onda de luz emitida pela maçã, verificando também se o comprimento de onda está entre 5200 ou 5600 Angströms, que é a medida utilizada na época de Bridgman para a identificação da maçã como verde ou não (na época existiam espectros bem mais simples do que os atuais). Do ponto de vista lógico, se houver falhas nas operações que determinam A, deveríamos concluir por $\neg A$. O mesmo valeria para caso ocorram falhas na operação que determina $\neg A$, indicando que a conclusão seria por A. Para Bridgman: "*A lei do terceiro excluído determina que se operar de acordo com uma ou outra das duas regras da operação, então devo encontrar que uma delas obteve um resultado positivo*" (BRIDGMAN, 1936, p. 36). Porém, operacionalmente esta relação pretendida pela lógica pode não ocorrer em se tratando de instâncias empíricas, ou seja, se houver falhas na operação de identificação da "verdura" da maçã, não é possível concluir que a mação não é verde, porque esta conclusão exige a verificação da "não-verdura" da maçã. Embora logicamente seja uma conclusão aceitável, um físico ou um cientista das ciências da natureza não poderia aceitar a conclusão de que um objeto não tem uma certa propriedade simplesmente porque a tentativa de provar que ele tem a propriedade mencionada falhou. O mesmo pode ser dito em relação a falhas encontradas na tentativa de demonstrar que um objeto não possui uma certa propriedade, ou seja, a aceitação de que ele possui a propriedade não pode ser admitida. Estes casos são diferentes daquelas operações envolvendo os inobserváveis, mencionados no capítulo 1, pois no caso destas últimas operações, pelo menos o conhecimento de propriedades indiretas destes fenômenos é possível através de procedimentos operacionais.

Retornando ao exemplo da maçã, há também o caso das chamadas "operações limite" que cabe análise aqui. Como é defendido por Bridgman, "(...) *por definição uma maça é verde se o centro de intensidade de luz* *refletida tem um comprimento de onda entre 5200 e 5600 Angströms*" (BRIDGMAN, 1936, p. 38). A questão é saber se o teste é determinante ou não para todos os casos, isto é, para todas as maçãs. A resposta de Bridgman seria "não"! Para ele, quando o comprimento de onda estiver muito próximo de 5200 Ängstrons ou de 5600 Ängstrons há uma indeterminação do resultado sobre a cor da maçã, fazendo com que o princípio não seja aplicável ao caso por pelo menos duas razões: **(1)** pela imprecisão das medidas físicas, pois a utilização de instrumentos de medida é necessária, os quais são limitados e sujeitos a várias imprecisões; **(2)** pela imprecisão observacional do cientista, uma vez que os indivíduos estão dotados de uma precisão observacional limitada, de forma que o uso de instrumentos físicos se faz necessário. Estas limitações não ocorrem em todas as operações, mas fatalmente com maior frequência naquelas operações que exigem uma precisão maior, consideradas por Bridgman como operações limite ou também como operações críticas. Assim:

> A questão agora é: pelo teste feito podemos sempre afirmar que uma maçã satisfaz a propriedade ou não? É óbvio que não, sabemos isso devido à incerteza instrumental e os erros na observação dos casos, os quais não podemos dizer se o comprimento de onda é maior ou menor que um dos valores críticos dados. Isso parece ser uma característica de muitos juízos envolvendo processos físicos – a lei do terceiro excluído não é uma descrição válida de nossa experiência física real – deve existir uma terceira categoria, a do duvidoso, além da positiva e negativa. (BRIDGMAN, 1936, p. 38)

Operacionalmente, o princípio do terceiro excluído apresenta problemas quando:

1) Temos afirmações cujos conceitos se referem a elementos empíricos com contornos indefinidos, altamente velozes, indeterminados por algum tipo de situação, etc.;

2) Temos afirmações empíricas cujos conceitos envolvem a impossibilidade de seleção de critérios operacionais para a definição do resultado;

3) Temos afirmações consideradas malformadas, como "a virtude é verde", "César é número primo", etc. Para Bridgman: "*A dificuldade aqui é óbvia – o conceito de verde não se aplica à virtude pela simples razão de que não há operações para decidir se a virtude é verde ou não – o conceito não é aplicável, e a afirmação 'a virtude é verde' é desprovida de significado*". (BRIDGMAN, 1936, p. 38)

4) Temos afirmações não-verificáveis por operações levadas a cabo no presente, mas que envolvem operações-de-espera, como quando for necessário esperar um tempo muito grande para a obtenção de um resultado. Este tempo pode variar, mas Bridgman dá a entender que quando este tempo ultrapassar o da vida de um homem, o conhecimento do resultado não é possível de ser obtido por ele e a operação deve ser abandonada. O problema em relação ao "tempo" das operações de espera aparece também nas operações papel-e-caneta e talvez seja mais comum aparecer neste domínio, especialmente em operações de computação onde o resultado permanece em um contínuo processamento.

Naturalmente, o exemplo da maça utilizado aqui é bastante simples, trivial e até desinteressante em relação às principais pesquisas na área. Mas serve para dar uma ideia do conjunto de "operações-limite" presentes na física e em seus principais experimentos, os quais nem sempre são simples, triviais e muito menos desinteressantes.

Relacionado com esta questão, historicamente, aparece uma importante análise sobre o princípio de incerteza de W. Heisenberg que merece destaque aqui, exposta por Bridgman da seguinte forma:

> O princípio de Heisenberg *não* foi formulado para dizer que a natureza é construída de tal forma que não podemos simultaneamente medir posição e momento com uma precisão qualquer desejada, implicando que uma partícula "realmente tem" simultaneamente posição e momento, mas que eles são inacessíveis para nós. (BRIDGMAN, 1959, p. 63)

De acordo com o exposto em relação ao operacionalismo, é possível perceber que os problemas de medição não se referem a um problema da natureza em si, como se fosse um problema ontológico, mas sim, refere-se a um problema de natureza epistemológica, ou seja, um problema que se relaciona ao acesso do sujeito ao conhecimento da natureza, agravado pela limitação dos instrumentos de medida. Além disso, de acordo com a concepção operacional, o problema não aparece apenas em relação a precisão de medidas conjugadas como vemos na descrição de Heisenberg, mas relacionado a qualquer medida física que seja "crítica", seja ela conjugada ou singular, conforme mencionado em relação ao exemplo da maçã. Para Bridgman:

> De acordo com esse princípio [de Heisenberg] não é possível fazer medições simultâneas de posição e momento com precisão ilimitada, mas ao aumentar a precisão de um paga-se o preço de diminuir a precisão de outro. Isso pode ser expresso dizendo que o aspecto da posição e o aspecto do momento são aspectos "complementares". O paradoxo aparente nessa situação, fortemente sentido por muitas pessoas, desaparece quando se considera que o elétron não significa nada por si mesmo, mas apenas num contexto com um aparato. "Posição" de um elétron significa uma medida obtida em um complexo incluindo um tipo particular de aparato, um "aparato de posição". Similarmente, o momento de um elétron tem significado somente em um contexto incluindo um "aparato de momento". Se reconhecemos que não há uma razão a priori para que os dois aparatos sejam os mesmos, o paradoxo desaparece da afirmação de que o elétron não pode simultaneamente ter posição e momento. (BRIDGMAN, 1959, p. 177-178)

2.2. A lógica no contexto das teorias matemáticas

Os princípios lógicos aplicados em contextos matemáticos também são considerados pelo operacionalismo como estruturas que dependem da possibilidade de verificação de um resultado. Porém, diferentemente do contexto empírico, a verificação aqui é feita através das operações papel-e-caneta, que são formas de construir o resultado na linguagem, seja por procedimentos de cálculo, algoritmos computacionais, sistema axiomático, etc. Desta forma, fatalmente somente conjuntos finitos ou infinitos potencialmente podem ser construídos, por causa da limitação construtiva em um tempo finito. Além disso, Bridgman também parece não aceitar "operações de espera", que são aquelas que dependem de um tempo muito longo para o conhecimento de um resultado. Esta é uma condição que não aparece, por exemplo, em algumas formas importantes do construtivismo em filosofia da matemática, como no intuicionismo de Brouwer[1], o qual aceita verificações apenas em princípio. Para Bridgman:

> Qual método deve demonstrar que a definição dos membros da classe infinita foi dada de tal forma que eliminou automaticamente qualquer membro que não tem a propriedade em questão? Isso pode não ser algo óbvio vindo da própria definição, mas a prova pode envolver um processo de dedução lógica, utilizando vários recursos da lógica como, talvez, o princípio de contradição, o qual consiste em mostrar que uma contradição aparece caso a propriedade inversa é assumida. Como exemplo, considere a classe infinita dos números ímpares. Todos têm a propriedade que seu quadrado é ímpar, porém, isso requer prova e ela não está contida na própria definição da classe. Obviamente, a lei do terceiro excluído se aplica à situação, pois quando sabemos que uma certa afirmação é verdadeira para todos os membros de uma classe, podemos obviamente dizer que a afirmação é verdadeira ou falsa, já sabendo que é verdadeira. (BRIDGMAN, 1936, p. 40)

Como há uma exigência de verificação da lógica no contexto da matemática, a concepção operacional apresenta dois critérios para que esta

[1] Os detalhes comparativos entre a concepção operacional de Bridgman e a concepção intuicionista de Brouwer em filosofia da matemática serão abordados no próximo capítulo.

verificação possa ser feita, a saber: (1) Fazendo um exame exaustivo dos elementos do conjunto mencionado (possível de ser feito apenas para conjuntos finitos); (2) Fazendo uma verificação exaustiva dos elementos do conjunto para analisar se os contraexemplos são excluídos por definição (possível de ser feito para conjuntos finitos ou infinitos potencialmente). Bridgman está compreendendo que este critério pode ser aplicado para o caso de afirmações cujos predicados são decidíveis, como “par”, “primo”, “maior que”, etc, os quais automaticamente eliminam os contraexemplos ou a possibilidade de que a construção dos novos elementos não siga o critério proposto por estes predicados.

Apesar de Bridgman não fazer uma referência explícita a alguns indemonstráveis da matemática, podemos especular isso. Um exemplo de indemonstrável é a famosa conjectura de Goldbach, a qual envolve o uso do princípio do terceiro excluído. A conjectura pode ser descrita da seguinte forma: “Todo número par maior que 2 pode ser representado pela soma de dois primos ou não?” Há uma verificação imediata para os números pares mais básicos. Além disso, é possível verificar que qualquer par da série, maior que 2, também é a soma de dois primos. Mas não há uma demonstração matemática do resultado para todos os pares. Este é considerado um dos problemas matemáticos mais antigos e importantes, proposto pelo matemático prussiano Christian Goldbach em 1742. Até nossos dias não há uma demonstração do resultado. Historicamente, foi proposta também uma conjectura de Goldbach mais fraca, a saber: “Todos os números ímpares maiores que 7 são a soma de três primos ímpares”. Acreditava-se que a demonstração da conjectura de Goldbach mais forte automaticamente demonstraria a conjectura de Goldbach mais fraca, porém a conjectura mais forte ainda não foi demonstrada, enquanto que a mais fraca parece que teve uma demonstração em 2013 pelo matemático peruano Harald Helfgott.

Outro exemplo semelhante de um indemonstrável na matemática, estruturado na forma do princípio do terceiro excluído é o da hipótese do contínuo. Proposta originalmente por George Cantor, ela pode ser descrita da seguinte forma: “Existe ou não um conjunto com cardinalidade maior que a do conjunto dos números inteiros e menor que a do conjunto dos números reais?”. Uma definição por um dos disjuntos exige um procedimento operacional para a verificação do resultado. Da mesma forma como a conjectura de Goldbach, a hipótese do contínuo também não dispõe de uma demonstração do resultado, seja através de procedimentos operacionais ou por qualquer outro procedimento conhecido em nossos dias. A hipótese do contínuo também foi apresentada por David Hilbert no Congresso Internacional de Matemática em 1900 como um dos 23 principais problemas importantes da matemática. Esta hipótese foi analisada por vários matemáticos no início do século XX, em particular, por Kurt Gödel e Paul Cohen.

Embora Bridgman não tenha se referido explicitamente a nenhum destes indemonstráveis da matemática, ele se referiu a um indemonstrável importante onde foi possível perceber suas ideias em relação a estes casos. Trata-se da famosa afirmação de L. E. J. Brouwer como exemplo do uso do princípio do terceiro excluído na matemática que o caracteriza como não válido em geral na matemática para o construtivismo. A famosa afirmação de Brouwer pode ser descrita da seguinte forma: “Em algum lugar na expansão decimal de π existe ou não a sequência de dígitos 0123456789?”. Embora recentemente tenhamos uma demonstração para esta afirmação, na época de Brouwer e de Bridgman o conhecimento do resultado não era possível, como vemos na citação de Bridgman:

> Ela (a afirmação sobre π) seria verdadeira caso fosse possível exibir o lugar na expansão onde a sequência ocorre. Mas nem eu, nem ninguém pode fazer isso. Ou ela seria falsa se pudesse mostrar que a afirmação de que a sequência ocorre em algum lugar definido conduz a uma contradição. Mas isso novamente não pode ser feito. Portanto, a situação operacional da afirmação é a seguinte: como nenhum dos procedimentos pelos quais verdade ou falsidade da afirmação podem ser provados para serem aplicados, o conceito de verdade é simplesmente inaplicável nesse caso, e a afirmação desprovida de significado. (...) Sem dúvida essa conclusão parece ainda mais insatisfatória, porque exibe a verdade como algo não-absoluto, mas, nesse caso, como dependente

> do grau de destreza matemática do homem. Mas isso parece apenas uma afirmação da situação atual – significados são determinados por operações – operações são executadas por seres humanos no tempo e sujeitas a limitações essenciais do tempo de nossa experiência. (...) A razão do fracasso de nossa operação quando aplicada a uma classe infinita [a sequência de π] foi ter encontrado limitações impostas pelo caráter temporal de toda atividade, de modo que se tivéssemos sido suficientemente perspicazes para ver o que aconteceria, em princípio, não teríamos antecipado sucesso precipitadamente. (BRIDGMAN, 1936, p. 41-42)

Considerando os dois critérios operacionais mencionados acima, a afirmação sobre a sequência de π poderia ser considerada significativa operacionalmente somente caso seguisse os critérios mencionados anteriormente, a saber: **(1)** Caso existisse um procedimento de demonstração da existência da sequência; **(2)** Caso existisse uma demonstração de que a existência da sequência conduz a uma contradição[2]. Como não havia na época uma determinação operacional por um dos disjuntos, tratava-se de um caso de falta de significado operacional e que implicava na não validade em geral do princípio do terceiro excluído no domínio da matemática. A questão sobre a expansão decimal de π intriga a matemática desde pelo menos 240 a. C, sendo que atualmente temos uma aproximação decimal de π na casa de alguns bilhões de números em um tempo de cálculo relativamente curto para bons computadores e bons sistemas de memória. Apesar disso, não é muito difícil postularmos sequências de π que ainda não podem ser verificadas, porque se trata de uma sequência infinita cujo completamento é impossível do ponto de vista construtivo.

Embora Bridgman não tenha mencionado em seus escritos, há uma questão filosófica interessante em relação a estes problemas da matemática, em particular, ao sentido e ao significado de uma afirmação. Nestes casos, seja na conjectura de Goldbach, na hipótese do contínuo, na expansão decimal de π, etc., tratam-se de afirmações desprovidas de significado operacional, porém, não desprovidas de sentido. Com efeito, sabemos que

[2] Nesse caso, a demonstração é de que a sequência não existe.

é possível entender o que está sendo dito, portanto trata-se de uma afirmação inteligível e, assim, com sentido. Porém, como não há um procedimento de verificação do resultado, estas instâncias matemáticas do princípio do terceiro excluído (exceto sobre a afirmação referente à expansão decimal de π, conforme mencionamos, que foi demonstrada atualmente) são desprovidas de significado operacional. Exemplos como "a virtude é verde" seriam casos de afirmações que além de serem desprovidas de significado operacional, também são desprovidas de sentido, por não serem inteligíveis.

Além da restrição da validade em geral do princípio do terceiro excluído em contextos matemáticos, alguns princípios e regras da lógica clássica também não poderiam ser aceitos pela perspectiva operacionalista. Embora Bridgman não tenha tratado sobre esta questão, naturalmente sua perspectiva construtivista da lógica e da matemática permite com que possamos analisar estas restrições, que é o que faremos a partir de agora.

A primeira delas é em relação ao princípio lógico de dupla negação. Formalmente, este princípio pode ser caracterizado como ($A \leftrightarrow \neg\neg A$) e interpretado construtivamente ela significa que a demonstração de A é equivalente a impossibilidade de demonstração de $\neg A$. Este princípio é válido de acordo com a lógica clássica ou aristotélica, porém, não é considerado válido em geral de acordo com o construtivismo em filosofia da matemática e também para o operacionalismo. Para esta perspectiva, demonstrar A significa a possibilidade de construir o que é representado por A em uma linguagem, utilizando para isso operações papel-e-caneta. Para o intuicionismo, significa a construção do conceito numa forma de intuição mental. Nenhuma destas duas concepções defenderia a tese de que demonstrar A seria equivalente a impossibilidade de demonstrar $\neg A$. Para o intuicionismo de Brouwer, da impossibilidade de demonstração de $\neg A$ é possível concluir apenas que para $\neg A$ não temos uma demonstração. Aceitar A implicaria em algo mais forte, como dispor de uma demonstração efetiva de A. O operacionalismo, de acordo com o mencionado por

Bridgman, concordaria com esta tese do intuicionismo. Além disso, intuicionistas e operacionalistas concordariam que aceitar $(\neg\neg A \rightarrow A)$ como regra válida em geral pressuporia aceitar também o princípio do terceiro excluído como válido em geral e que isso estaria fora de cogitação de acordo com estas duas concepções.

A perspectiva construtivista da matemática abordada, por exemplo, pela concepção intuicionista, revela uma aproximação com aquilo que o operacionalismo está propondo em relação à configuração das operações papel-e-caneta, ou seja, de restrição ao domínio de princípios lógicos importantes na matemática e também de não aceitar princípios e regras lógicas clássicas importantes, respeitando o requisito construtivista da lógica e da matemática numa forma de intuição mental (conforme defende o intuicionismo) e numa estrutura de cálculo (conforme defendido pelo operacionalismo de Bridgman).

Outra restrição importante do construtivismo em filosofia da matemática que também seria aceita pelo operacionalismo é sobre a não validade em geral do princípio lógico de não contradição. Formulado por Aristóteles, ele afirma que duas proposições contraditórias não podem ser verdadeiras ao mesmo tempo, ou seja, $\neg(A \wedge \neg A)$. Este princípio apareceu como teorema da lógica proposicional com a seguinte estrutura: $\vdash \neg(A \wedge \neg A)$. Uma variação deste princípio é a seguinte: $((A \wedge \neg A) \rightarrow \perp) \rightarrow B$. Por razões construtivas, a conclusão do argumento também não pode ser aceita. Esta variação diz que se uma afirmação e sua negação gerarem uma contradição, podemos concluir qualquer coisa, por exemplo, *B*. Intuicionistas e operacionalistas não aceitariam a conclusão *B* porque defendem que concluir *B* significa dispor de uma demonstração de *B*, o que não é o caso por razões construtivas.

Há também restrições em relação a validade em geral de regras lógicas clássicas, não aceitas por esta perspectiva construtivista. Uma delas é a regra de redução ao absurdo, *Reductio ad absurdum* em latim. Esta regra é bastante utilizada nas demonstrações lógicas e pode ser formalizada da seguinte maneira: $((\neg A \rightarrow \perp) \rightarrow A)$. Ela parte de uma hipótese e ao derivar uma consequência absurda, permite concluir pela negação da hipótese. Neste caso, como a lógica clássica aceita que da dupla negação de uma estrutura obtém-se a afirmação dela, então o resultado obtido é A. Esta regra utiliza o princípio de não contradição, que é a tese de que uma proposição não pode ser verdadeira e falsa ao mesmo tempo; e também o princípio do terceiro excluído, que é a tese de que uma proposição é verdadeira ou falsa. Além disso, a regra faz uso do princípio de dupla negação (passo **2** da visualização abaixo), o qual, como vimos acima, não é aceito pela perspectiva construtivista da matemática. Formalmente a regra segue os seguintes passos:

$$
\begin{array}{lll}
 & \neg A & \text{(Hipótese)} \\
 & \vdots & \\
 & \underline{\quad\bot\quad} & \text{(Absurdo)} \\
\mathbf{1)} & \neg\neg A & \text{(Negação da Hipótese)} \\
\mathbf{2)} & \neg\neg A \leftrightarrow A & \text{(Pela lógica clássica, não não-}A\text{ é equivalente a }A\text{)} \\
\mathbf{3)} & A \quad \blacksquare & \text{(Conclusão)}
\end{array}
$$

Porém, do ponto de vista construtivo, conforme mencionamos, uma vez que temos $(\neg A \rightarrow \bot)$ significa que o que está disponível é apenas a impossibilidade de demonstração de A, permitindo concluir $\neg\neg A$, mas não A. Portanto, o passo **1** poderia ser aceito pelo intuicionismo (e também pela perspectiva operacionalista), mas certamente não os passos **2** e **3**, porque o princípio de dupla negação é aceito apenas pela lógica clássica. Desta forma, do ponto de vista construtivo, poderia ser aceito $(\neg A \rightarrow \bot) \rightarrow \neg\neg A$ ou $(A \rightarrow \bot) \rightarrow \neg A$, mas não $(\neg A \rightarrow \bot) \rightarrow A$.

De maneira geral, podemos dizer que o papel construtivo da lógica e da matemática, característico de concepções como a intuicionista e de acordo com a perspectiva operacionalista, não aparece na lógica aristotélica, por isso o caráter restritivo em relação a princípios e regras da forma como é concebido classicamente é impositivo. Assim, uma forma geral como $\forall(x)\ (A(x) \lor \neg A(x))$ é interpretada construtivamente em termos de condições de demonstrabilidade de $A(x)$ ou de $\neg A(x)$. Não existindo uma demonstração, nenhum significado poderia ser dado para suas instâncias.

No próximo capítulo analisaremos mais alguns detalhes do operacionalismo na matemática e também mais algumas aproximações com o intuicionismo neste contexto.

Capítulo 3

O operacionalismo na filosofia da matemática e algumas aproximações com o intuicionismo

3.1. Aproximações no contexto da lógica

Na seção anterior abordamos pontos que permitem aproximar a concepção operacional de Bridgman com alguns elementos importantes da concepção intuicionista de Brouwer. Tratamos estas aproximações em relação a restrições da validade em geral de princípios lógicos, porém, esta restrição está relacionada com aspectos filosóficos mais gerais de ambas concepções. Para começar, algumas questões estruturais da concepção operacional precisam ser destacadas.

Bridgman, com seu operacionalismo, não procurou desenvolver uma nova lógica ou uma nova concepção teórica da matemática, mas em destacar as questões filosóficas apoiadas na concepção de Brouwer e no construtivismo em filosofia da matemática, bem como abordando a questão utilitarista da lógica na ciência, como vimos no capítulo anterior. Este destaque ocorreu particularmente em seus dois artigos de 1934, bem como em capítulos importantes desde sua primeira obra de 1927, onde aparecem as questões sobre a forma como são verificados os conceitos formais; em como podemos conhecer o significado destes conceitos; em como ocorre o processo de construção deles e das afirmações envolvendo estes conceitos; etc.

Para começar, podemos dizer que Brouwer teve uma preocupação maior em elaborar uma teoria da lógica e da matemática aliada à sua concepção filosófica, como podemos perceber também na formalização das afirmações feita por Heyting. Além disso, é importante salientar que Brouwer jamais procurou estabelecer uma correspondência entre a lógica com a experiência, como vimos em Bridgman no capítulo 2, pois Brouwer não tinha este objetivo e nem acreditava que tal conexão fosse necessária, uma vez que ela era interpretada por ele como uma forma de conhecimento totalmente independente do conhecimento empírico, mas dependente apenas das construções mentais intuitivas.

Destacaremos aqui pelo menos três aspectos desta aproximação com o intuicionismo de Brouwer, a saber, em relação à necessidade de verificação da estrutura da lógica; em relação à aceitação de que na matemática há problemas indemonstráveis; e também em relação à concepção de significado das afirmações que constituem os argumentos lógicos. Esta aproximação em relação às suas concepções filosóficas também permite detectar aspectos diferentes nelas e estes também serão abordados nesta análise.

O primeiro aspecto aproximativo refere-se à necessidade de *verificação* dos princípios lógicos no domínio da matemática, de forma tal que sem a possibilidade dela, a validade em geral dos princípios torna-se contestável. Brouwer[1] concebe a verificação dos princípios lógicos no domínio da matemática como sendo feita numa forma de intuição "mental", a qual permite a experienciação do resultado. Sem experienciar o resultado, as instâncias matemáticas dos princípios lógicos simplesmente carecem de um valor de verdade e de significatividade. Assim, não se tornam construtíveis numa forma de intuição, o que permite contestar a validade em geral das instâncias quando a impossibilidade construtiva for o caso. Com efeito, a lógica acaba perdendo sua força na busca por verdades no domínio da

[1] Cf. BROUWER, 1975.

matemática, perdendo também alcance, garantindo sua aplicabilidade apenas em domínios construtíveis. Para Brouwer:

> Para o intuicionismo, naturalmente, estes três princípios [o princípio do terceiro excluído; o princípio de testabilidade; e o princípio de reciprocidade da complementaridade], como sendo afirmações sobre afirmações, somente são "realizadas", isto é, somente conduzem a verdades, quando essas verdades forem experienciadas. (BROUWER, 1975, p. 524)[2]

> O ponto de vista de que não há verdades não experienciadas e de que a lógica não é um instrumento absolutamente fiel para descobrir verdades foi aceito muito mais tarde na matemática que em relação à vida prática e à ciência. (BROUWER, 1983, p. 90)

Apesar de percebermos a proximidade em relação à necessidade de verificação das instâncias matemáticas de princípios lógicos, a forma como esta verificação é feita no operacionalismo e no intuicionismo não coincide. Para o operacionalismo de Bridgman, as verificações são feitas por operações papel-e-caneta. Estas são operações de cálculo numa linguagem formal, a linguagem da lógica e da matemática, portanto, são operações linguísticas. Como mencionamos no capítulo 1, Bridgman oscilou em algumas obras em relação a natureza das operações papel-e-caneta, tanto que este nome apenas surgiu em suas obras mais tardias. Em suas primeiras obras houve uma caracterização destas operações também como mentais, como operações mentais, aí sim, parecendo se aproximar mais daquilo que Brouwer estava defendendo. Mas em obras posteriores, parece ter compreendido que o termo "mental" poderia ser confundido com fenômenos que pareciam não condizer com o que ele estava interessado em caracterizar, como recordações, vivências de outros tipos, pensamentos diversos, etc. Por isso, preferiu chamar as operações mentais de operações papel-e-caneta, em resumo, como operações linguísticas, operações de cálculo numa linguagem formal.

[2] As citações de Brouwer que aparecerão nesta pesquisa foram todas traduzidas para o português.

Cabe ressaltar também em relação ao contexto da verificação (aqui mencionado) sobre a interpretação intuicionista das afirmações e conectivos lógicos elaborada por A. Heyting[3]. Embora essa interpretação não tenha sido mencionada por Bridgman e não haja também qualquer outra formalização para uma "possível" interpretação operacional das afirmações e conectivos lógicos, facilmente poderíamos identificar a interpretação dada por Heyting também como aceita pelo operacionalismo de Bridgman. Esta formalização poderia ser apresentada da seguinte forma:

> $(A \wedge B)$ é verdadeira quando houver uma demonstração de A e uma demonstração de B.
>
> $(A \vee B)$ é verdadeira quando houver uma demonstração de A ou uma demonstração de B.
>
> $(A \rightarrow B)$ é verdadeira quando houver uma demonstração de que a construção de A permite construir B.
>
> $\forall(x)\ \mathrm{P}(x)$ é verdadeira quando houver uma demonstração de que todos os elementos do universo considerado satisfazem a propriedade P.
>
> $\exists(x)\ \mathrm{P}(x)$ é verdadeira quando houver uma demonstração de que pelo menos um elemento satisfaz a propriedade P.

Numa frase emblemática de Brouwer, ele considera que houve uma transferência ilegítima dos princípios lógicos de contextos matemáticos finitistas para contextos matemáticos infinitistas, sendo que neste último contexto não há como construir os princípios em um tempo finito numa forma de intuição. Lembrando que o termo "infinito" mencionado aqui é o "infinito atual" e não o "infinito potencial", este sim aceito por Brouwer. O infinito em potência, considerado como um conjunto sempre aberto

[3] Cf. HEYTING, 1983.

para a introdução de novos elementos é claramente aceito por Brouwer. Para ele:

> Na matemática nenhuma verdade poderia ser reconhecida sem ter sido experienciada, e para uma afirmação matemática α os dois casos formalmente admitidos com exclusividade foram substituídos pelos quatro seguintes: (1) α *provou-se ser verdadeira*; (2) α *provou-se ser falsa, isto é, absurda*; (3) α não provou-se verdadeira nem absurda, mas um algoritmo é conhecido para decidir se α é verdadeira ou α é absurda; (4) α não provou-se verdadeira nem absurda, e *não conhecemos um algoritmo que nos leve a saber se α é verdadeira ou se α é absurda*. No primeiro, segundo e terceiro casos, α é *determinada* (*determinável*). (BROUWER, 1975, p. 552)

> Enfatizamos que o silogismo e outros princípios lógicos são sustentados para uma linguagem de raciocínios lógicos sobre conjuntos finitos, sobre conjuntos enumeravelmente infinitos, sobre o domínio do contínuo, mas, em qualquer caso, exclusivamente sobre sistemas matemáticos construtíveis. (BROUWER, 1975, p. 75)

O segundo aspecto que permite aproximar as interpretações intuicionista e operacionalista refere-se à aceitação de que *na matemática há problemas indemonstráveis*. Esta questão é uma das consequências da restrição imposta à validade em geral às instâncias matemáticas, por exemplo, de princípios lógicos importantes, como o princípio do terceiro excluído, reconhecendo que na matemática existem problemas não passíveis de solução. Em particular, Brouwer reconhece que a aceitação da validade em geral do princípio do terceiro excluído pressupõe que não existem problemas matemáticos sem solução e restringir a validade em geral é também aceitar que existem problemas matemáticos insolúveis atualmente. Assim, a validade das instâncias restringe-se à existência de demonstrações efetivas. Quando uma demonstração estiver indisponível, a validade em geral do princípio lógico aplicado neste domínio torna-se contestável. Para Brouwer:

> A questão da validade do princípio do terceiro excluído é equivalente à questão de se *problemas matemáticos não-solúveis podem existir*. Não existe uma

> prova sequer para essa convicção, exposta algumas vezes da seguinte forma: de que não existem problemas matemáticos insolúveis. (BROUWER, 1975, p. 109)

> A longa crença na validade universal do princípio do terceiro excluído na matemática é considerada pelo intuicionismo como um fenômeno da história da civilização da mesma forma como a velha crença na racionalidade de π ou na rotação do firmamento em um eixo passando através da Terra. E o intuicionismo tenta explicar a longa persistência desse dogma por dois fatos: primeiramente pela não-contradição óbvia do princípio para uma afirmação arbitrária simples; em segundo lugar pela validade prática do todo na lógica clássica para um grupo extensivo de *fenômenos simples da vida diária*. (BROUWER, 1983, p. 94)

O terceiro aspecto da aproximação entre a concepção intuicionista e operacionalista refere-se à *concepção de significado* das afirmações dos argumentos lógicos, que é uma consequência natural da exigência de verificação das instâncias matemáticas de princípios lógicos exposto anteriormente. Podemos dizer que para operacionalistas e intuicionistas há significado quando ele for construtível de alguma forma, o que determina que instâncias matemáticas que envolvam o completamento de conjuntos infinitos na matemática devem ser consideradas simplesmente como desprovidas de significado. Michael Dummett, por exemplo, justifica a crítica da lógica intuicionista à lógica clássica passando exclusivamente pela questão do significado das afirmações, nos seguintes termos:

> Caracterizo o realismo como a crença no valor de verdade objetivo dos enunciados da classe em disputa, independentemente de nossos meios para conhecê-los: são verdadeiros ou falsos em função de uma realidade que existe independente de nós. O anti-realista se opõe a essa visão, por admitir que os enunciados da classe em disputa devem se referir à classe de coisas que consideramos como evidência para os enunciados dessa classe. (...) Então, a controvérsia tem a ver com a noção de verdade apropriada para os enunciados da classe em disputa; isso significa que é uma disputa sobre o *significado* que têm esses enunciados. (DUMMETT, 1990, p. 221) [*tradução nossa*]

Dummett considera que a interpretação de instâncias matemáticas *decidíveis* de princípios lógicos coincidiria para lógicos clássicos e intuicionistas. Os lógicos clássicos diriam que estas instâncias são significativas porque conhecemos suas condições de verdade e os lógicos intuicionistas diriam que são significativas porque conhecemos suas condições de demonstrabilidade. Porém, ambos divergiriam em relação às instâncias indecidíveis, ou seja, apenas os lógicos intuicionistas aceitariam instâncias matemáticas indecidíveis, porque aceitam que nem tudo é demonstrável matematicamente. Para os lógicos clássicos não há necessidade de verificação destas instâncias numa forma de intuição e a validade em geral dos princípios lógicos também é aceita. Para estes, não há indemonstráveis na matemática, mas apenas verdades que ainda não são conhecidas no presente. É uma interpretação realista em relação a matemática e suas teorias, ao contrário da interpretação antirrealista, característico da concepção intuicionista e operacionalista, que exige o conhecimento do resultado e a necessidade de verificação das instâncias matemáticas de princípios lógicos.

Para finalizar a seção, podemos dizer que apesar da necessidade e da importância da verificação das instâncias matemáticas de princípios lógicos, a lógica é considerada como independente da experiência, ou seja, como uma forma de conhecimento a priori, da mesma forma que a matemática. A necessidade construtiva da matemática parece caracterizá-la como uma forma de conhecimento sintético a priori, semelhante à forma como classicamente vemos pela primeira vez a defesa na *Crítica da Razão Pura* de Immanuel Kant. O fato do operacionalismo ressaltar a necessidade de utilidade das estruturas lógicas e matemáticas no ambiente teórico das teorias das ciências da natureza ao exigir uma correspondência, mesmo que parcial, entre operações papel-e-caneta com as operações instrumentais, não identifica estas áreas formais do conhecimento como de natureza empírica para Bridgman. A caracterização delas como operações papel-e-caneta deixa essa ideia evidente.

3.2. Aproximações no contexto da matemática

3.2.1. Em relação ao caráter "construtivo" da matemática

Em seus dois artigos de 1934, ambos intitulados "A Physicist's Second Reaction to Mengenlehre", Bridgman destacou suas principais ideias em filosofia da matemática. Porém, algumas delas foram aparecendo ao longo de quase todas as suas obras, embora demonstrando uma preocupação mais com a função da matemática e a importância delas nas teorias das ciências da natureza, do que em fornecer uma concepção filosófica sobre como interpretar as teorias matemáticas.

Destacaremos aqui mais alguns detalhes sobre o caráter construtivo da matemática apresentado pela concepção operacional de Bridgman, o qual permite também uma aproximação com a concepção intuicionista em filosofia da matemática.

Nestes dois artigos de 1934, Bridgman começa abordando a atitude crítica que os matemáticos devem ter em relação ao que pode ser considerado como aceitável matematicamente. Esta atitude consistia em verificar ou experienciar os processos da matemática, destacando uma matemática de natureza construtiva. A forma pensada por ele para fazer esta verificação/experienciação dos elementos matemáticos somente seria possível quando os conceitos matemáticos fossem definidos *diretamente*, ou seja, quando sua definição indicasse uma forma de experienciar, seja se referindo a um sistema axiomático, seja se referindo a uma regra ou a um conjunto delas, seja se referindo a algum procedimento computacional, etc. Para ele, definir diretamente os conceitos matemáticos era o oposto de definir tais conceitos através de suas propriedades, destacado por ele como uma forma indireta e também insegura de defini-los, porque o acompanhamento de uma forma de verificação não é uma exigência desta forma de definição, conforme mencionado no capítulo 1. A forma de definição por operações papel-e-caneta tem a função de permitir uma definição direta dos conceitos matemáticos, segundo Bridgman, pois submete estes conceitos a alguma forma de procedimento construtivo.

Seu objetivo ao fazer isso é expor que a linguagem da matemática (e também da lógica) pode envolver situações como definições circulares, paradoxos linguísticos, definições que poderiam aceitar conjuntos infinitos atuais, etc., e estes problemas aparecem quando são utilizadas definições não permitidas na matemática, como as definições pelas propriedades. Para ele, definir os conceitos pelas suas propriedades seria utilizar novamente a linguagem para definir um conceito que por sua vez já está na linguagem, utilizando, por exemplo, as propriedades do próprio conceito no processo, o que poderia fatalmente gerar, além de um círculo vicioso, problemas como situações paradoxais e inconsistências. Como dissemos, o infinito atual poderia fazer parte de uma matemática que aceita definições não diretas, não construtíveis, como, por exemplo, uma definição padrão de "conjunto" como "agregado de elementos que satisfazem uma determinada propriedade". Esta poderia ser uma definição pelas propriedades, conforme exposto por Bridgman, porque não faz referência a um método construtivo de conjunto e não limita esta construção num tempo finito. Se pensarmos em procedimentos computacionais de construção de conjuntos ou de regras para introduzir elementos a um conjunto, fatalmente os conjuntos infinitos atuais não existiriam, simplesmente por razões construtivas. Com efeito, os únicos conjuntos aceitos neste caso são os infinitos apenas potencialmente, ou seja, aqueles em constante processo de construção, mas nunca acabados ou finalizados. Assim:

> Até o presente momento, a análise crítica que tem dado à física uma nova confiança esteve confinada quase que exclusivamente a um exame da natureza dos conceitos físicos que os físicos usam. Mas desde que a matemática se tornou gradativamente importante para a nova física, é evidente que um exame crítico da natureza dos conceitos fundamentais da matemática é uma tarefa imediata para o físico. Por essa razão, com uma certa dose de desânimo, de repente me tornei consciente de que na matemática dos dias atuais há dúvidas, incertezas, e diferenças de opinião em questões fundamentais não diferentes

> da confusão da física quando confrontada com novos fenômenos do domínio quântico. (BRIDGMAN, 1934, p. 101)

O objetivo dessa análise crítica de Bridgman na matemática era evitar o surgimento de possíveis situações paradoxais, de elementos indevidos, não justificados, bem como um ataque aos procedimentos de prova ilegítimos construtivamente. Além disso, o de caracterizar uma matemática construtiva de acordo com sua concepção, lembrando que se trata de uma construção numa linguagem, através de operações papel-e-caneta e não numa forma de intuição mental regrada temporalmente como vemos no intuicionismo de Brouwer. Assim, para o operacionalismo, conceitos simples e decidíveis como "par", "primo", "maior que", etc., podem ser definidos diretamente, permitindo o conhecimento dos resultados para afirmações como "x é par", "x é primo", "x é maior do que y", etc., para qualquer x, desde que, como vimos, os conjuntos infinitos forem concebidos apenas potencialmente. Para Bridgman:

> Parece-me que o uso de operações definidas em termos de propriedades deve ser escrupulosamente evitado nos estudos de "fundamentos". Operações definidas dessa forma devem sempre estar sob suspeita, e a definição substituída, se possível, por outra. (...) O ditado correspondente de Einstein na física, a saber, de que conceitos físicos sejam definidos em termos de operações físicas, proporia também algo correspondente para a matemática, isto é, de que somente operações "diretamente" definidas sejam admitidas. (BRIDGMAN, 1934, p. 109)

> Uma operação não deve ser definida de forma "auto-referente" e, em particular, não em termos de si própria contemplada frente o futuro, que é uma forma particular de definição pelas propriedades. A necessidade de especificações diretas para as operações com cada sub-passo explicitamente determinável, é um ponto que foi previamente admitido. (BRIDGMAN, 1934, p. 112)

Conforme abordamos no capítulo 1, a restrição em relação às definições aceitáveis não se restringia apenas aos conceitos lógicos e matemáticos, mas também aos conceitos físicos ou empíricos. A crítica em relação aos conceitos "absolutos" da mecânica de Newton eram exemplos de conceitos não definidos diretamente. Assim, valorizou a forma de definição dada por Einstein aos conceitos físicos em sua teoria da relatividade especial, os quais, segundo Bridgman, estavam conectados com uma forma de verificação direta.

De maneira geral, os problemas de circularidade ou impredicatividade não são novidades na Filosofia, especialmente destacados pela Filosofia da Linguagem. A maioria deles envolve situações paradoxais pelo mau uso dos conceitos, seja por problemas de definição, seja problemas de significado, etc. Em seu artigo de 1934 Bridgman descreve e analisa alguns paradoxos linguísticos interessantes e cabe destacar alguns deles aqui pelo seu grau de importância em relação aos problemas linguísticos de definição aqui abordados[4].

Começaremos com o paradoxo do barbeiro. Uma das interpretações ao paradoxo é a seguinte: o barbeiro recebeu uma ordem para que barbeasse todas aquelas pessoas que não se barbeiam a si mesmas. O paradoxo ocorre quando chega a vez do próprio barbeiro se barbear; se ele próprio se barbear, então pertence ao grupo dos que se barbeiam a si mesmos, portanto não deveria se barbear; se ele próprio não se barbear, então pertence ao grupo dos que não se barbeiam a si mesmos, portanto, deveria se barbear. Em qualquer uma das situações o barbeiro se encontraria diante de uma situação paradoxal, pois a ordem dada não permite uma classificação precisa dos seus elementos.

Bridgman reconhece que a afirmação "*x* barbeia-se a si mesmo" não está sendo definida diretamente, porque não classifica corretamente, confunde especialmente em relação ao caso do barbeiro. Assim, uma vez que o barbeador deve executar a ordem e ele próprio ser objeto da própria ordem, não haveria como "fugir" de uma situação paradoxal. Para Bridgman, a afirmação "x barbeia-se a si mesmo" deveria automaticamente excluir o barbeador caso seus termos fossem definidos diretamente, ou

[4] Cf. BRIDGMAN, 1934, p. 229-232.

seja, verificando na prática que o executor da ação não pode simultaneamente ser também objeto da própria ação. A percepção desta "prática" envolveria a modificação da ordem dada, de forma tal que os indivíduos inicialmente excluídos não tenham que ser reintroduzidos no conjunto mais tarde. Assim, admite Bridgman, esta ordem ao barbeiro deveria ser a seguinte: "Classifique entre as pessoas que se barbeiam e não se barbeiam a si mesmas até o momento presente". Esta ordem excluiria o próprio barbeiro, porque é limitada temporalmente, evitando, desta forma, a ocorrência do paradoxo. Para ele, as definições diretas tendem a limitar temporalmente as ações, como a ordem dada ao barbeiro. Um pouco à maneira de Henri Poincaré, quando elementos "pulam" de um conjunto para outro quando a classificação é iniciada, temos uma definição impredicativa de conjunto e fatalmente paradoxos ou expressões circulares serão inevitáveis. As chamadas definições impredicativas na matemática foram criticadas por Poincaré por não respeitarem o caráter construtivo necessário das demonstrações da matemática.

Outro paradoxo importante analisado por Bridgman é o paradoxo do cretense, conhecido também como paradoxo do mentiroso. Este paradoxo também envolve o uso de definições não diretas, as quais não permitem uma classificação precisa de seus elementos, admite Bridgman. Podemos enunciá-lo da seguinte forma: "Epimênides, o cretense, diz que todos os cretenses são mentirosos". Se o que Epimênides diz é verdadeiro, então ele está mentindo, portanto o que ele diz é falso. Se o que ele diz é falso, então ele não está mentindo, portanto o que ele diz é verdadeiro. De maneira semelhante ao paradoxo do barbeiro, Bridgman considera que é possível evitar o paradoxo apenas se a ação for limitada temporalmente, do contrário, fatalmente o paradoxo ocorreria. A forma de limitar temporalmente a ação é definindo-a diretamente, fazendo com que haja uma limitação temporal na ação, ou seja, enunciando da seguinte forma: "Todos os cretenses são mentirosos quando eu *começo* a fazer a afirmação", admite Bridgman. Para ele, neste caso a classificação poderia ser feita sem haver riscos de que no futuro elementos que estejam fazendo a classificação tenham que ser classificados ou reclassificados.

Por último, Bridgman analisa o famoso paradoxo de Russell, um paradoxo da teoria dos conjuntos dirigido à lógica de Gottlob Frege na época. O paradoxo pode ser descrito da seguinte forma: suponhamos um conjunto R definido como o conjunto dos conjuntos que não se pertencem a si mesmos, isto é, $R=\{x \mid x \notin x\}$. Assim,

- se $x \in R \rightarrow x \notin x$
- se $x \notin R \rightarrow x \in x$

Porém, como x é uma variável qualquer, ela pode ser substituída, por exemplo, por R, originando a seguinte situação paradoxal:

- se $R \in R \rightarrow R \notin R$
- se $R \notin R \rightarrow R \in R$

Sob a perspectiva operacional, o paradoxo ocorre porque a definição de conjunto, a saber, "*x* é um conjunto que contém *x* como seu elemento" é uma definição pelas propriedades, não direta, porque permite que o conceito "conjunto" inclua ele próprio como seu elemento. Para ele, caso o conceito "conjunto" fosse definido diretamente e assim tendo sua ação limitada temporalmente, detectaria a impossibilidade de uma ação futura, a saber, do próprio conjunto incluir ele próprio como seu elemento. Em uma passagem Bridgman deixa claro o que ele chama de uma "regra" agindo sobre uma "regra", mostrando, com outros termos, a situação paradoxal que ocorre aqui, a saber:

> Que tipo de conjunto examinar para determinar se ele inclui a si próprio ou não? Está estabelecido que nenhum conjunto finito pode incluir a si próprio como elemento. O conjunto deve ser infinito, o que significa que não é um objeto ordinário, mas é meramente uma regra para selecionar elementos. Mas se o conjunto pode ser um elemento de si próprio, então a regra deve ser aplicável a si própria, que é também uma regra. Ou seja, a regra deve ser uma

> regra agindo sobre uma regra. Mas isso é novamente um elemento de si próprio, sujeito à ação da regra, portanto, a regra deve ser uma regra agindo sobre uma regra a qual age sobre uma regra. E assim temos uma sucessão infinita de aplicações. (BRIDGMAN, 1934, p. 230)

As definições diretas permitem caracterizar o construtivismo da concepção operacional em filosofia da matemática, aproximando-se em aspectos importantes tanto do proto-intuicionismo de Poincaré, conforme mencionamos, como também do intuicionismo de Brouwer. Nestas concepções, a defesa apresentada é de que "existe" na matemática apenas aquilo que puder ser construído de alguma forma, do contrário, a existência dos objetos matemáticos e de suas conexões simplesmente não estão justificados.

Considerando o construtivismo e as restrições na matemática destas concepções, há pelo menos dois destaques importantes que merecem a atenção aqui, em particular, sobre o aspecto ontológico e epistemológico da matemática.

Começando pelo primeiro aspecto, de acordo com uma interpretação filosófica aceitável e bastante comum, o construtivista em ontologia é aquele que acredita nos objetos matemáticos como entidades criadas pelo sujeito, portanto acredita nelas enquanto dependentes do sujeito e de suas vivências mentais. Assim, não haveria uma realidade objetiva aos objetos matemáticos, mas dependentes da ação demonstrativa do matemático, isto é, da destreza do matemático. Esta interpretação é aceitável pela concepção filosófica operacionalista na matemática, pois as restrições impostas a ela, exigindo seu caráter construtivo, conforme analisamos anteriormente, segue na linha da "destreza" do matemático na construção de suas estruturas e no fundamento de seus processos operacionais, através das operações papel-e-caneta. Da mesma forma, esta perspectiva é aliada da concepção intuicionista de Brouwer, como vimos em relação ao papel da verificação na lógica e também em relação com os processos mentais intuitivos para as construções na matemática.

Em relação ao aspecto epistemológico da matemática, a concepção aceitável e também bastante comum, considera o acesso aos objetos e suas verdades somente possível através de procedimentos construtíveis de demonstração. Elas permitem o conhecimento das verdades matemáticas e estas apenas se justificam quando acompanhadas de procedimentos de demonstração. Esta é uma defesa importante que destaca o operacionalismo (como vimos sobre ele até aqui) como alinhado com correntes do construtivismo em filosofia da matemática e também alinhado em aspectos importantes à concepção intuicionista de Brouwer. Além disso, tanto no operacionalismo, quanto no intuicionismo, não existe um universo platônico de verdades dadas, acompanhando todas as afirmações. Mas, ao contrário disso, as verdades dependem da possibilidade construtiva e de estar disponível procedimentos de demonstração ou de verificação do resultado. Em ambas concepções, há uma *equivalência* notável entre "verdade" e "demonstrabilidade intuitiva", considerando que "ser verdadeiro" implica em "ser demonstrável" e "ser demonstrável" implica em "ser verdadeiro". Podemos dizer que onde os construtivistas aceitam uma equivalência, os realistas em filosofia da matemática aceitam apenas uma implicação, a saber, em "ser demonstrável" como implicando em "ser verdadeiro". Já o inverso não é aceitável para os realistas, ou seja, em "ser verdadeiro" como implicando em "ser demonstrável", uma vez que eles não exigem o acompanhamento de um procedimento de demonstração para as verdades matemáticas, uma exigência que é necessária para o construtivismo defendido por operacionalistas e intuicionistas.

Em passagens importantes Bridgman critica o realismo em filosofia da matemática, associando-a por vezes à uma concepção do senso comum na matemática, ou seja, como filosoficamente cômoda em relação aos problemas e desafios da matemática. Cômoda por não exigir os procedimentos de demonstração dos resultados, nem a construção de entidades matemáticas para justificar a existência das mesmas. Considerando a interpretação de Dummett, em linhas gerais o realismo em filosofia da matemática poderia ser assim descrito:

> Para o platonista, os enunciados matemáticos são verdadeiros ou falsos independentemente de nosso conhecimento de seus valores de verdade: são verdadeiros ou falsos em virtude de como são as coisas no reino da matemática. Isso ocorre porque seus *significados* não se relacionam com nosso conhecimento da verdade matemática, mas ao modo como são as coisas no reino da matemática. (DUMMETT, 1990, p. 282) [*tradução nossa*]

Bridgman considera o matemático realista como aquele que percebe as importantes conexões e os resultados que a matemática não construtivista pode oferecer, por isso aceitam, por exemplo, conjuntos infinitos atuais na matemática. E o matemático construtivista como aquele que destaca o papel crítico da matemática, restritivista em determinados aspectos, preocupado com os fundamentos filosóficos da matemática e com os frutos que podem ser obtidos desta análise crítica.

Para finalizar, podemos dizer que esta exposição procurou explicitar aproximações e também diferenças entre a concepção intuicionista em filosofia da matemática com as reivindicações do operacionalismo de Bridgman expostas especialmente em seus dois artigos de 1934. Na próxima seção estas mesmas aproximações e diferenças também vão aparecer, ligadas especialmente com as consequências delas na matemática.

3.2.2. *Outras consequências imediatas na matemática*

A restrição nas definições aceitáveis na matemática, bem como a necessidade construtiva da matemática traz consequências imediatas importantes na matemática. Algumas restrições e consequências já foram brevemente mencionadas acima, mas apresentaremos algumas delas com um pouco mais de destaque e profundidade merecida. Serão apresentadas três importantes consequências desta visão construtivista da matemática que são aceitas pelo intuicionismo de Brouwer e também pelo operacionalismo de Bridgman.

A primeira consequência imediata, já brevemente mencionada, é a não aceitação de conjuntos infinitos atuais na matemática, mas apenas de conjuntos infinitos potenciais, ou seja, de conjuntos finitos muito grandes e sempre abertos para a introdução de novos elementos.

Para o construtivismo em geral, a construção de um conjunto infinito completado exigiria um tempo infinito para ser construído, isto é, um tempo que não existe. Como não pode ser construído, também não pode ser experienciado de alguma forma, ou seja, simplesmente não poderia existir! Além disso, pressupor o completamento de um conjunto cujos elementos não foram todos experienciados é uma pressuposição ilegítima, argumentam os construtivistas. Também, a ponderação proposta por esta concepção é de que o uso de conjuntos infinitos atuais, bem como de suas consequências "frutíferas" na matemática e em outras áreas poderia originar paradoxos internos, conforme analisado anteriormente. De acordo com Brouwer:

> [...] percebemos que não existe outro conjunto além dos conjuntos finitos, dos conjuntos enumeravelmente infinitos e do contínuo; têm sido mostrado sobre a base dos fatos intuitivamente claros que na matemática podemos criar sequências finitas, pelo significado claramente concebido de "e assim por diante" uma ordem do tipo ω, [...]; (consequentemente, jamais podemos imaginar frações duais infinitas *arbitrárias* como terminadas, ou como individualizadas, da mesma forma como uma sequência de dígitos enumeravelmente infinita não pode ser considerada uma sequência enumerável de objetos), e, finalmente, o contínuo intuitivo [...], mas não outros conjuntos. (BROUWER, 1975, p. 80)

Brouwer concebe a matemática como construída numa intuição básica, que é um instante temporal sucedendo outro e assim sucessivamente. Este processo de construção permite a experienciação dos elementos da matemática e é um processo sempre finito para Brouwer, impedindo automaticamente a construção de conjuntos infinitos atuais de acordo com esta perspectiva. Para o operacionalismo de Bridgman também existem apenas os conjuntos infinitos potencialmente na matemática, pois apenas estes podem ser construídos através de um processo temporal finito, semelhante às exigências do intuicionismo. Com efeito, afirma Bridgman: "*Suspeito que o paraíso matemático que Hilbert afirma ter sido aberto por Cantor está situado nesse domínio e que as condições para entrar nesse Paraíso é admitir de boa vontade os paradoxos*" (BRIDGMAN, 1934, p. 110).

Uma segunda consequência imediata na matemática de acordo com as restrições construtivistas intuicionistas e operacionalistas é a construção do contínuo. Potencialmente, de maneira imediata, pode ser construído o conjunto dos números racionais. Os transcendentes e algébricos também são definidos por procedimentos e, portanto, são construtíveis e a série dos demais é construtível potencialmente. Para Bridgman, considerar transcendentes como π como um número é conveniente na matemática, é útil por resolver questões importantes e estabelecer consequências matematicamente interessantes, embora não haja uma definição precisa do ponto π em uma coordenada cartesiana, por exemplo, justamente por envolver uma sequência que não termina. Porém, o processo construtivo de π é possível via procedimento de construção, o que acaba justificando seu uso na matemática, com as restrições finitistas apontadas. Assim:

> Como sei que π é um número? A resposta poderia ser por uma simples *conveniência*; é conveniente defini-lo como número (porque pode ser manipulado como número), os raios de todos os círculos podem ser especificados em termos finitos (integrações valem para essa proposta como processos finitos porque são capazes de definições finitas) por qualquer construção geométrica conhecida. (BRIDGMAN, 1934, p. 227)

> A mera existência de não-racionais pode ser estabelecida apenas por um lado, para aqueles que definem qualquer decimal que não-termina como um número, um privilégio assumido pela prova de Cantor. Todos os números racionais quando expressos em decimais eventualmente tornam-se a repetir. Entretanto, existem não-racionais apenas quando regras forem fixadas para escrever decimais que não-terminam, os quais certamente nunca voltarão a se repetir. (...) Do ponto de vista operacional, um transcendente é determinado

> por um programa de procedimento de algum tipo; a teoria dos conjuntos não tem nada a acrescentar à situação. (BRIDGMAN, 1934, p. 233)

O conjunto dos reais, enquanto a totalidade dos números, sejam eles racionais, não-racionais, transcendentes, imaginários, etc., não faz parte do contínuo construtivista e também não é aceito por intuicionistas ou operacionalistas. As razões construtivas e a necessidade de que sejam procedimentos em um tempo finito restringem a possibilidade de construção dos reais. O mesmo pode ser dito em relação aos números complexos e imaginários. Raízes quadradas de números negativos como $\sqrt{-1}$ (por ex.) simplesmente não são aceitáveis na matemática construtiva, pela impossibilidade construtiva através de algum procedimento. De acordo com Bridgman:

> Instrutivo para nossos propósitos é verificar o que ocorre na matemática quando confrontada com uma exigência impossível de extrair a raiz quadrada de um número negativo. Naturalmente, a matemática introduziu a ideia de números complexos, e em particular de $\sqrt{-1}$. O que é $\sqrt{-1}$? É um conceito definido em termos de propriedades? Mas suas propriedades são impossíveis. Acredito que $\sqrt{-1}$ deve ser considerado como um novo *símbolo*, representando certas operações que apresentam eles próprios em conexão com a manipulação formal das equações algébricas, para ser tratado como intuitivamente dado e um último da experiência, não-analisável como qualquer outra operação aceita como última, como acrescentar 1 ao dado número. (BRIDGMAN, 1934, p. 109)

É possível que Brouwer tenha chegado a noção mais próxima do contínuo, ao identificar a intuição do contínuo, uma noção certamente muito importante para o matemático construtivista. Brouwer concebe esta intuição como um processo de constante refinamento, de geração de instantes cada vez mais aproximados com o passar do tempo. Assim, através deste processo potencialmente é possível construir os números racionais. Os reais não fazem propriamente parte do contínuo intuicionista, pois são considerados por Brouwer como sequências limite, definidos, por exemplo, por sequências de Cauchy, sequências de números racionais (inteiros ou fracionários) cujos elementos aproximam-se uns dos outros para além de qualquer limite na medida em que a sequência avança. Brouwer considerava os reais as próprias sequências, desde que adequadamente definidas por regras. Assim:

> A intuição de duas-unidades, que é a intuição basal da matemática, cria não apenas os números 'um' e 'dois', mas também todos os números ordinais finitos, considerando que um dos elementos de duas-unidades é uma nova dualidade. Esse processo pode ser repetido indefinidamente; por ele temos também o menor número ordinal infinito ω. Finalmente, a intuição basal da matemática, onde o conectado e o separado, o contínuo e o discreto são unidos, dá imediatamente a intuição do contínuo linear, isto é, do "entre", o qual não é nunca esgotado pela interposição de novas unidades e também não é concebido como uma mera coleção de unidades. (BROUWER, 1983, p. 80)

> (...) "é impossível construir conjuntos infinitos de números reais entre 0 e 1 cuja cardinalidade é menor que a do contínuo, mas maior que $\aleph_0$"? a resposta deve ser afirmativa; para o intuicionista somente podemos construir conjuntos enumeráveis de objetos matemáticos. (BROUWER, 1983, p. 86)

A terceira consequência imediata da matemática construtivista destacada aqui é a rejeição de uma prova muito conhecida entre os matemáticos, a saber, o método da diagonal de Cantor. Trata-se de uma prova muito importante, pelo menos para a matemática clássica, mas não aceita pelo intuicionismo de Brouwer e criticada explicitamente pelo operacionalismo de Bridgman. O motivo da rejeição é também por razões construtivas. De maneira geral, através da prova da diagonal de Cantor são feitas demonstrações da existência de conjuntos infinitos maiores do que outros. Para Cantor, há uma infinidade de conjuntos infinitos de cardinalidade sempre crescente na matemática e o conjunto dos reais possui cardinalidade superior ao dos racionais. A prova procura mostrar uma suposta correspondência dos reais entre 0 e 1 com os naturais, identificando que há pelo menos um número real entre 0 e 1 (o número obtido por diagonalização) que não corresponde com nenhum elemento do conjunto dos naturais.

É utilizado no processo a regra de redução ao absurdo, fazendo uma enumeração dos reais entre 0 e 1, de forma que cada real se corresponda com um elemento dos naturais. Cantor verificou que nesta tentativa de correspondência ficaria de fora o número da diagonal, o que lhe permitiu concluir que haveria mais reais do que racionais. A visualização da prova pode ser feita da seguinte forma:

(Conjunto dos Naturais) (Conjunto dos Reais entre 0 e 1)

↓ ↓

1 _*correspondendo-se com* $0,\ \mathbf{a_1^1}\ a_2^1\ a_3^1\ a_4^1\ a_5^1\ \ldots$

2 _*correspondendo-se com* $0,\ a_1^2\ \mathbf{a_2^2}\ a_3^2\ a_4^2\ a_5^2\ \ldots$

3 _*correspondendo-se com* $0,\ a_1^3\ a_2^3\ \mathbf{a_3^3}\ a_4^3\ a_5^3\ \ldots$

4 _*correspondendo-se com* $0,\ a_1^4\ a_2^4\ a_3^4\ \mathbf{a_4^4}\ a_5^4\ \ldots$

5 _*correspondendo-se com* $0,\ a_1^5\ a_2^5\ a_3^5\ a_4^5\ \mathbf{a_5^5}\ \ldots$

$\vdots \qquad\qquad\qquad \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots\ \vdots$

a_1^1 representa o primeiro algarismo (depois da vírgula) do primeiro número;

a_2^1 representa o segundo algarismo do primeiro número;

a_1^2 representa o primeiro algarismo do segundo número, etc.

O conjunto dos reais pode ser representado por decimais infinitas como 0,33333..., ou 3,141591..., etc. Mesmo números inteiros (como 2) podem ser representados por decimais infinitas como 1,99999..., ou 2,00000.... O que Cantor fez foi mostrar que independentemente de como são colocados os reais entre 0 e 1, é sempre possível chegar a um número $r =_{\text{def}} 0, r_1\ r_2\ r_3\ r_4\ r_5 \ldots$ na diagonal, pertencente ao intervalo entre 0 e 1, diferente de todos os outros reais da lista. A ideia é convencionar que r_1 seja diferente de a_1^1 da lista, e assim para todos os r_n da lista.

> Por exemplo, se $a_1^1 = 5$, convencionamos que $r_1 = 6$.
>
> Caso contrário, (isto é, se $a_1^1 \neq 5$), dizemos que $r_1 = 5$.
>
> Em qualquer caso, temos que $r_1 \neq a_1^1$.

A prova de Cantor procura mostrar que não há uma correspondência biunívoca entre o conjunto dos reais entre 0 e 1 com os naturais, pois sempre haverá reais fora da lista. Portanto, sua conclusão é de que os reais não são enumeráveis e que sua cardinalidade é superior em relação aos naturais. Além disso, conclui também que há mais reais do que naturais.

Como dissemos, o operacionalismo de Bridgman considera esta uma prova ilegítima na matemática. As razões para este impedimento consideram o fato de que o conjunto dos reais não pode ser construído e de que na prova é pressuposto o completamento deste conjunto de forma ilegítima construtivamente. Para Bridgman, expansões decimais são apenas programas de procedimento e Cantor estaria aplicando de forma ilegítima programas de procedimento sobre programas de procedimento, na medida em que ele ordena os reais, enumera-os, produz o número da diagonal que difere dos demais reais, para aí destacar a não correspondência esperada (conforme vimos na visualização anterior). Essa pressuposta aplicação de programas (que são processos) sobre programas (que também são processos) é considerada ilegítima operacionalmente. Da mesma forma, também é ilegítimo aplicar outras operações sobre algo que está sendo produzido e que não se corresponde propriamente a um ponto numa coordenada cartesiana, por exemplo. Para Bridgman:

> Obviamente, "não-terminam" é uma forma polida de dizer "infinito", e não são coisas como maçãs, pois ninguém pode me apresentar "infinito" para que eu possa encaixar em algum lugar. Operacionalmente, decimais infinitos significam apenas um programa de procedimento. (...) De fato, não é possível levar a cabo as operações envolvidas no método da diagonal; as operações envolvidas na produção de decimais que não-terminam não podem ser completadas, portanto não é legítimo postular a execução de outras operações, como arranjar numa sequência, após o completamento impossível de decimais que não-terminam. (BRIDGMAN, 1934, p. 224)

> Sem dúvida a confusão reside em noções de existência; decimais supostamente "existem" se forem ou não atualmente produzidos e exibidos. Porém, do ponto de vista operacional, todas essas noções de existência devem ser julgadas como obscuras, envolvidas em metafísica, e são desprovidas de significado do ponto de vista das operações restritas permitidas na investigação matemática. (BRIDGMAN, 1934, p. 225-226)

Operacionalmente a prova poderia ser considerada legítima apenas caso fosse possível completar o conjunto. De maneira semelhante, Brouwer aceita apenas parte da prova de Cantor, a saber, a conclusão de que os reais não são enumeráveis, porém, rejeita, como disse, a consequência de que o conjunto dos reais possui cardinalidade superior aos naturais, por se tratar de uma prova não construtiva. Para ele, nenhuma regra poderia ser selecionada para a construção atual do conjunto dos reais, um requisito necessário da prova de Cantor. Assim, Cantor teria perdido o contato com o solo firme da matemática, admite Brouwer, usando a imaginação e suposições infundadas em sua prova. Assim:

> Notemos o "den Inbegriff aller"; aqui ele [Cantor] menciona algo que não é pensado, isto é, algo que não é matematicamente construído; a totalidade construída por "e assim por diante" somente pode ser concebida se "e assim por diante" se referir a uma ordem de tipo ω de objetos, porém *este* "e assim por diante" não se refere a uma ordem de tipo ω. Aqui Cantor *perde contato com o solo fixo da*

> *matemática*. (...) Cantor vai além e fala de um número de segunda classe como se tivesse sob seus olhos um objeto real. (BROUWER, 1975, p. 81)

Abordamos nesta pesquisa em alguns momentos que a perspectiva construtivista defendida pelo intuicionismo e também pelo operacionalismo em filosofia da matemática se aproximava de construtivismos importantes, em particular, da concepção matemática defendida por Henri Poincaré[5] e de Ludwig Wittgenstein[6]. Desenvolveremos um pouco estas aproximações.

Poincaré também critica o infinito atual na matemática e a prova da diagonal de Cantor utilizando argumentos semelhantes aos apresentados pelas concepções de Brouwer e Bridgman, ou seja, pela impossibilidade construtiva e pelo uso indevido de conjuntos infinitos atuais na matemática. Para ele, o conhecimento do resultado sobre a cardinalidade de qualquer conjunto na matemática exige a possibilidade de completamento do conjunto, o que é impossível para o caso dos reais. Assim, pressupor o completamento de conjuntos infinitos significa pressupor uma verificação infinita, que é uma verificação impossível, argumenta Poincaré. Além disso, Poincaré defende que um conjunto é definido predicativamente quando permite uma correta classificação de seus elementos, ou seja, quando exclui elementos que não podem ser classificados e impede que elementos "pulem" de um conjunto para outro. Porém, na prova de Cantor, o problema ocorre com a pressuposição do completamento de um conjunto que não pode ser completado, tornando ilegítima sua prova e seu uso na matemática, ou seja, a prova não trata de conjuntos finitos ou infinitos potencialmente, mas pressupõe de maneira não permitida conjuntos infinitos atuais.

O construtivismo de Wittgenstein em filosofia da matemática também vai nessa direção. Wittgenstein critica a prova de Cantor com argumentos semelhantes aos defendidos por Poincaré, em particular, identificando a inexistência de regras aritméticas para a construção do conjunto dos reais na prova de Cantor. Para ele, conjuntos não construídos

[5] Cf. POINCARÉ, *Últimos Pensamentos*, 1924.

[6] Cf. WITTGENSTEIN, *Remarks on the Foundations of Mathematics*, 1967.

por regras deveriam ser barrados na matemática e o pressuposto completamento dos reais na prova de Cantor é um exemplo disso. Wittgenstein reconhece que Cantor ensinaria aos matemáticos apenas como deveriam ser escritos os reais, mas não como eles podem ser construídos. Além de apenas escrevê-los, Cantor pressupõe o completamento do conjunto de forma ilegítima, não construtiva. Regras aritméticas apenas estipulariam procedimentos finitários, admite Wittgenstein. Além dessas restrições, Wittgenstein também não reconhece o "suposto" número da diagonal na prova de Cantor como número. Para ele, uma sequência infinita não é um número, porque não há uma definição extensional do termo. Números algébricos como $\sqrt{2}$ também não são definíveis extensionalmente, são apenas regras de procedimento para Wittgenstein, lembrando também a forma como Bridgman interpreta esta questão.

Para finalizar, nesta seção o objetivo foi evidenciar aproximações importantes entre algumas correntes construtivistas em filosofia da matemática, além dos detalhes desta aproximação para o caso da concepção intuicionista e operacionalista. Na próxima seção o destaque será apresentar duas diferenças importantes entre intuicionismo e operacionalismo, necessárias para compreendermos que as aproximações podem ser feitas até um determinado ponto, mas que diferenças notáveis, além daquelas já expostas no interior desta pesquisa, também são evidentes.

3.2.3. *O papel da linguagem e a natureza da matemática: diferenças entre ambas concepções*

Conforme enunciado, duas diferenças importantes merecem destaque aqui, a saber, sobre o papel da linguagem e sobre a natureza da matemática. A primeira diferença não apareceu até aqui abordada nesta pesquisa, enquanto que a segunda diferença já apareceu quando tratamos, em particular, sobre algumas consequências imediatas da filosofia da matemática do intuicionismo e do operacionalismo. Por isso apenas alguns destaques a mais serão feitos em relação a este segundo ponto.

Sobre a primeira diferença, em seus escritos é notável que Brouwer deu pouca importância para o papel da linguagem em sua concepção filosófica da matemática. Não elaborou, por exemplo, uma linguagem formal para sua lógica e matemática intuicionista. Esta tarefa coube, como dissemos, a A. Heyting em 1930 e parte desta interpretação formal foi abordada neste trabalho em relação a formalização das afirmações lógicas. Brouwer parece ter dado pouca atenção até mesmo para esta formalização de Heyting, por considerar que a linguagem servia apenas como recurso à memória, divergindo fortemente da importância dada a ela pela filosofia e até mesmo por concepções mais próximas a sua, como a de Poincaré, que destacou a importância da linguagem em sua filosofia da matemática. Por esse motivo, algumas críticas como a de conceber uma matemática excessivamente subjetivista foram dirigidas à Brouwer.

Bridgman, pelo contrário, valorizava muito a linguagem formal e isso pode ser percebido em relação a sua atenção com as operações papel-e-caneta. Em sua *The Nature of Physics Theories* (1936) ele fez uma análise da linguagem enquanto instrumento para a descrição dos fenômenos da experiência e também dos fenômenos mentais, reconhecendo que o sujeito possui experiências externas no contato com os objetos empíricos, além de experiências internas como resultado de operações mentais relacionadas a vivências de experiências mentais de todos os tipos, como recordações e operações variadas. Destacou também alguns limites de nossa linguagem no processo de descrição dos fenômenos empíricos e não empíricos, procurando através das operações, formas de diminuir os limites apresentados pela descrição linguística. Para ele:

> Minha experiência direta abarca somente coisas em minha consciência – impressões sensíveis de diversos tipos e vários tipos de fenômenos de caráter mental – e nada mais. No material da experiência direta distingo porções que

> as descrevo como externas a mim mesmo e outras que reconheço como internas, e há porções cuja decisão é difícil, como por exemplo saber se a dor de meu pé é devido a um espinho ou a uma pedra que está em meu sapato. A porção externa frequentemente gera em mim reações de ajustes de um tipo ou de outro, e há certos dispositivos que uso para fazer esses ajustes. O sucesso desses ajustes é desejável e é algo que trato de alcançar, mas nem sempre o sucesso pode ser atingido. (BRIDGMAN, 1936, p. 13)

Bridgman considerou as experiências do sujeito caracterizadas como sendo "atividades", isto é, como um conjunto de "fatos ocorrendo" em determinado tempo. E, para que a linguagem não "congele" as supostas atividades das experiências, ela deve estar conectada com procedimentos operacionais, pois assim o significado dos conceitos preservaria as "atividades" das experiências, uma vez que os procedimentos operacionais também são estruturas ativas e não estáticas, admite Bridgman. Além disso, no geral, ele considera as experiências, sejam elas físicas ou mentais, como fluxos contínuos de atividades e assim não como estruturas estáticas, congeladas, mas sim, dinâmicas. Utilizando os recursos que o "sujeito do conhecimento" possui – pensamento e linguagem – este "sujeito" tem a tendência a congelar as atividades, separando o que era antes um fluxo contínuo em uma estrutura estática, congelada, como resultado da descrição feita pelo "sujeito". Desta forma, linguagem e pensamento são considerados por Bridgman como instrumentos que fazem este processo de separar a experiência em determinadas porções, congelando-a de alguma forma. Operacionalmente:

> Os elementos permanentes, reconhecíveis, identificáveis e recorrentes de nossa experiência podem ser dos mais variados tipos, como objetos materiais ou mentais, operações simples ou relações entre objetos e operações. Tais coisas, analisadas fora de nossa experiência, são o fundamento de nosso pensamento. (...) Um exame não sofisticado do que fazemos ao analisar a experiência em elementos reconhecíveis, identificáveis e fixos mostra que esses elementos não ocorrem como tais, expostos, em nossa experiência direta, mas são nossas elaborações e invenções. Além disso, se a análise for além, a fixação e a permanência dos elementos podem ser reconhecidas apenas aproximadamente. (BRIDGMAN, 1934, p. 114)

Bridgman reconhece que não apenas a linguagem da comunicação cotidiana ou a linguagem que trata de descrever os fenômenos da experiência (como analisado anteriormente), mas também a linguagem formal da lógica e da matemática como afetada por este suposto "congelamento" das atividades, considerando que as operações papel-e-caneta estão na linguagem formal. A própria linguagem, segundo ele, tem esse papel de "congelar" ou "tornar estáticos" os elementos descritos através de seu simbolismo e as definições diretas dos conceitos funcionam como "descongelamento" desta linguagem permitindo com que ela seja construtiva, como abordamos em relação ao caráter construtivo da matemática e da lógica. Uma das vantagens imediatas é que qualquer lógico, matemático ou cientista poderá reconstruir os resultados, na medida em que forem identificadas as regras de construção do resultado. Além disso, esta tese em relação a linguagem no operacionalismo acaba por justificar o apelo às definições diretas como forma de fazer com que a linguagem expresse uma correspondência maior com as experiencias, sejam elas físicas ou papel-e-caneta. Assim:

> Se forem admitidas somente aquelas operações na matemática as quais podem ser atualmente levadas a cabo, então uma descrição operacional de qualquer procedimento matemático se torna uma descrição de uma experiência atual, e como tal deve ter a liberdade de contradição de toda a experiência. (BRIDGMAN, 1934, p. 233)

Este é um argumento importante de Bridgman sobre a necessidade das operações para termos conceitos teóricos bem fundamentados nas ciências, sejam elas empíricas ou formais. Outro importante argumento foi abordado no capítulo 1 quando nos referimos as operações como aquelas estruturas que evitariam confusões em relação ao significado de conceitos importantes na ciência.

Cabe ressaltar aqui que o rigor imposto por Bridgman em relação ao significado dos conceitos talvez não seja relevante para uma linguagem cotidiana ou não científica. Mas no ambiente teórico, seja das teorias formais ou das ciências da natureza, este rigor se justifica, porque o significado é fundamental não apenas para a compreensão do modelo explicativo, mas também para a reprodução dos resultados esperados.

Retornando a questão das diferenças entre operacionalismo e intuicionismo, cabe ressaltar alguns detalhes sobre a segunda diferença mencionada acima, a saber, em relação a natureza da matemática. Para o intuicionista, a matemática é uma construção mental numa intuição a priori, a intuição do tempo. Esta intuição temporal permite a experienciação dos elementos da matemática num tempo finito, portanto, a experienciação sempre será finitista. Bridgman também aponta para uma experienciação finitista dos elementos matemáticos, da necessidade de construção, porém, não reduz a matemática a construções mentais, talvez pelo excessivo subjetivismo que este tipo de concepção possa implicar. Para ele, as construções devem ser sempre objetivas e desta forma passíveis de verificação por qualquer indivíduo em qualquer tempo. Por isso não viu outra forma senão caracterizar a matemática por operações numa linguagem, através das chamadas operações papel-e-caneta, na tentativa de preservação da objetividade e possibilidade construtiva. Além disso, Bridgman concebe a matemática como uma ferramenta cada vez mais útil na física, como vemos em passagens como essa:

> Na matemática tratamos com operações papel-e-caneta que são palpavelmente nossas próprias invenções. Embora a matemática seja uma invenção, obviamente é uma boa invenção, pois somente por meio dela estamos aptos a adquirir o grau de entendimento e controle da natureza que agora desfrutamos. (BRIDGMAN, 1952, p. 11)

Conclusão

Nesta pesquisa foram analisados os principais argumentos da concepção filosófica operacional de Bridgman, desde sua primeira publicação em 1927, até sua última publicação em 1959, procurando mostrar também uma mudança em suas ideias com o passar do tempo, conforme abordado, de uma filosofia necessária em seu surgimento para a abordagem dos fundamentos da ciência, para uma concepção filosófica desejável e interessante quando se trata de verificar os conceitos teóricos no cenário da busca por fundamentos da ciência e certamente muito útil por razões práticas, em áreas como a das ciências da natureza, em particular, na Física. Esse processo acabou tornando o operacionalismo de Bridgman não mais como um imperativo, mas sim como um *desideratum*. Desta forma, o operacionalismo acabou evitando críticas importantes, especialmente dos filósofos da época e tornou-se também mais aceitável enquanto uma concepção preocupada com a questão filosófica do significado dos conceitos teóricos, bem como com os fundamentos da ciência, que pode ser considerada como uma preocupação central da filosofia da ciência do final do século XIX e início do século XX.

Em relação às questões da lógica e da matemática a questão é semelhante, embora não houvesse uma pretensão, conforme mencionamos, de criação de uma nova lógica ou de uma nova teoria matemática, Bridgman não deixou de debater e de se importar com questões filosóficas importantes e pertinentes nestas áreas, sob a perspectiva operacional, destacando a importância de debater estas questões e também em se posicionar perante a interpretação realista ou antirrealista em filosofia da matemática, como foi perceptível nesta pesquisa.

Além da pesquisa sobre o operacionalismo, procuramos também evidenciar as preocupações da filosofia da ciência da época, para assim procurar entender o surgimento da concepção operacional a partir de suas influências históricas, como das concepções de E. Mach, H. Poincaré, A. Einstein, na área da ciência da natureza, e de H. Poincaré e L. Brouwer em filosofia da matemática, apenas para citar algumas. São informações importantes para situar o operacionalismo neste cenário tão importante do início do século XX a partir dos desafios e das perspectivas vislumbradas na época.

Os debates filosóficos sobre o operacionalismo na época estimularam Bridgman a pensar sobre o papel da concepção operacional na ciência praticamente em todas as suas obras, bem como perceber a importância de seu aspecto prático na ciência, como vemos na seguinte passagem de Klomovsky: "*Importante pelo seu parentesco com o construtivismo, porém, ao mesmo tempo, por ter mais êxito ao permanecer até hoje como uma posição defensável do ponto de vista* prático *da ciência*" (KLIMOVSKY, 1994, p. 323).

O cenário acerca dos fundamentos da ciência pode ser percebido especialmente do final do século XIX com as críticas importantes de E. Mach aos conceitos não verificáveis empiricamente nas teorias da física da época. Mach procurou, de alguma forma, banir conceitos que não possuíam significado empírico, alegando que a física precisava de estruturas consistentes para fundamentar esta ciência em bases seguras. Esta busca por fundamentos foi ampliada pela epistemologia do Círculo de Viena, influenciada pelas ideias de Mach e de L. Wittgenstein. A concepção operacional surgiu durante o desenvolvimento desta epistemologia em Viena, procurando ser uma alternativa filosófica interessante e também próxima ao trabalho de laboratório dos cientistas das ciências da natureza.

Referências

Referências específicas

BRIDGMAN, Percy W. *The Logic of Modern Physics*. 3° ed. New York: The Macmillan Company, 1960.

______. *The Nature of Physical Theory.* Princeton: Princeton University Press, 1936.

______. *La Naturaleza de la Teoría Física.* Trad. Carlos Prelat. Buenos Aires: Ibero-Americana Editorial, 1948.

______. *Reflections of a Physicist.* 2° ed. Nova Iorque: Arno Press, 1980.

______. *The Way Things Are.* Cambridge: Harvard University Press, 1959.

______. A Physicist's second reaction to Mengenlehre. *Scripta Mathematica*, v. I, p. 101-117, 1934.

______. A Physicist's second reaction to Mengenlehre. *Scripta Mathematica,* v. II, p. 224-234, 1934.

______. *The Nature of some of our physical concepts.* Nova Iorque: Philosophical Library, 1952.

______. *Philosophical writings of Percy Williams Bridgman*. Nova Iorque: Arno Press, 1980.

______. *A Sophisticate's Primer of Relativity.* 2° ed. Nova Iorque: Dover Publications, 1962.

______. *The Intelligent Individual and Society*. Nova Iorque: The Macmillan Company, 1938.

______. Operational Analysis. *Philosophy of Science,* v. 5, p. 114-131, 1938.

______. Some general principles of Operational Analysis. *Psychology Review*, v. 52, p. 246-249, 1945.

______. Einstein's Theories and the Operational point of view. In *Library of Living Philosophers*, v. VII, Evaston, p. 335-354, 1949.

______. The Operational aspect of Meaning. *Synthese,* v. 8, p. 255-259, 1950.

______. The present state of Operationalism. *The Scientific Monthly*, v. 79, n. 4, p. 224-226, 1954.

______. The present state of Operationalism. In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 74-80, 1956.

BROUWER, Luitzen E. J. Intuitionism and Formalism. In BENACERRAF, Paul & PUTNANN, Hillary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

______. Consciousness, Philosophy and Mathematics. In BENACERRAF, Paul & PUTNANN, Hillary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

______. On the foundations of Mathematics. In HEYTING, Arend (Org.) *Collected Works:* Philosophy and foundations of Mathematics, v. 1. Amsterdam: North-Holland, p. 11-102, 1975.

______. The unreliability of the Logical Principles. In HEYTING, Arend. (Org.) *Collected Works:* Philosophy and foundations of Mathematics, v. 1. Amsterdam: North-Holland, p. 107-111, 1975.

______. On order in the continuum, and the relation of truth to non-contradictority. In HEYTING, Arend. *Collected Works:* Philosophy and foundations of Mathematics, v. 1. Amsterdam: North-Holland, p. 504-506, 1975.

______. *Brouwer Cambridge lectures on Intuitionism.* Cambridge: Cambridge University Press, 1981.

Referências gerais

AYER, A. J. (Org.) *El Positivismo Logico*. México: Fondo de Cultura Económica. 1965.

BASSANI, Douglas A. Albert Einstein e o falseacionismo de Karl Popper. In *Aufklärung*, v. 6, n.3, p. 63-74, 2019.

______. Análise filosófica sobre a definição dos conceitos teóricos. In *Problemata*, v. 11, n. 1, p. 73-86, 2020.

BERGMANN, Gustav. Sense and nonsense in Operationalism. *The Scientific Monthly*, v. 79, p. 210-214, 1954.

______. Sense and nonsense in Operationalism. In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 41-52, 1956.

______. Outline of an empiricist philosophy of physics. *American Journal of Physics,* v. 11, p. 248-258, 1943.

BERNAYS, Paul I. The philosophy of mathematics and Hilbert's proof theory. In *From Brouwer to Hilbert.* Oxford: Oxford University Press, 1998.

BACON, Francis. Novum Organum. In *Os Pensadores*. Trad. José Aluysio Reis de Andrade. São Paulo: Nova Cultural, 1997.

______. *O progresso do conhecimento científico*. Trad. Raul Fiker. São Paulo: Editora da UNESP, 2006.

BUNGE, Mário. *Física e Filosofia.* Trad. Gita K. Guinsburg. São Paulo: Editora Perspectiva, 2007.

CARNAP, Rudolf. Empiricism, Semantics and Ontology. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

______. Testabilidade e Significado. Trad. Pablo Rubén Mariconda. In *Os Pensadores*. São Paulo: Abril Cultural, 1980.

______. *Philosophical foundations of Physics.* Nova Iorque: Basic Books, 1966.

______. Testability and Meaning. *Philosophy of Science*, v. 3, p. 01-40, 1936.

______. Testability and Meaning. *Philosophy of Science*, v. 4, p. 420-471, 1936.

______. *An introduction to the Philosophy of Science*. Nova Yorque: Dover Publications, 1995.

CHALMERS, Alan F. *O que é ciência afinal?* Trad. Raul Filker. São Paulo: Editora Brasiliense, 1993.

CHATEAUBRIAND, Osvaldo. *Logical Forms:* Parte 1 – Truth and Description. Campinas: Editora da UNICAMP, 2001.

CHIHARA, Charles S. *Ontology and the vicious-circle principle*. Londres: Cornell University Press, 1973.

CHURCH, Alonzo. On the law of the excluded middle. *Bulletin of the American Mathematical Society*, v. 34, p. 75-79, 1928.

DA SILVA, Jairo J. *Filosofias da Matemática*. São Paulo: Editora da UNESP, 2007.

DUMMETT, M.: The philosophical basis of intuitionistic logic. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

______. *Truth and other enigmas*. Londres: Gerald Ducnwoth & Company, 1978.

______. *La verdad y otros enigmas*. Trad. de Alfredo Herrera Patiño. México: Fondo de Cultura Económica, 1990.

______. El Realismo. In PATIÑO, Alfredo H. *La verdad y otros enigmas*. México: Fondo de Cultura Económica, 1990.

______. El Platonismo. In PATIÑO, Alfredo H. *La verdad y otros enigmas*. México: Fondo de Cultura Económica, 1990.

EINSTEIN, Albert. Indução e dedução na física. Trad. Valter Alnis Bezerra. *Sciencia Studia*, v. 3, n. 4, p. 663-664, 2005.

______. Física e Realidade. Trad. Sílvio R. Dahmen. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, v. 28, n. 1, p. 9-22, 2006.

______. *A Teoria da Relatividade Especial e Geral*. 8° ed. Trad. Carlos Almeida Pereira. Rio de Janeiro: Contraponto, 1999.

______. *Notas Autobiográficas*. Trad. Aulyde Soares Rodrigues. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1982.

______. *O significado da relatividade.* 5° ed. Trad. Mário Silva. Coimbra: Editora Armênio Amado, 1984.

______. Physics and Reality. *Journal of the Franklin Institute*, v. 221, p. 349-382, 1936.

FEIGL, Herbert. The 'orthodox' view of theories: remarks in defense as well as critique. In: RADNER, M. & WINOKUR, S. (Org.) *Minnesota Studies in the Philosophy of Science*, v. 4. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1970. p. 3-16.

______. A visão "ortodoxa" das teorias: comentários para defesa assim como para crítica. Trad. Osvaldo Pessoa Júnior. *Scientiae Studia,* v. 2, n. 2, p. 265-277, 2004.

______. *The "Mental" and the "Physical":* The essays and a postscript. Minneapolis: University of Minnesota Press, 1967.

______. Operationalism and scientific method. *Psychological Review*, v. 52, p. 250-259, 1945.

FEIGL, Herbert. & SELLARS, Wilfrid. *Readings and Philosophical Analysis*. Nova Iorque: Apleton-Century-Crofts, 1949.

FRANK, Philipp. (Org.) *The validation of scientific theories*. Boston: Beacon Press, 1956.

______. *Modern Science and its Philosophy*. Cambridge: Harvard University Press, 1950.

______. *Entre la Fisica y la Filosofia*. Trad. Luis Echávarri. Buenos Aires: Editorial Losada, 1945.

FREGE, Gottlob. *Escritos Filosóficos*. Trad. Jesús Mosterín. Barcelona: Crítica - Grijalbo Mondadori, 1996.

______. Os Fundamentos da Aritmética. Trad. Luíz Henrique dos Santos. In *Os Pensadores*. São Paulo: Editor Victor Civita, 1983.

GIAQUINTO, Marcus. Hilbert's Philosophy of Mathematics. *British Journal for the Philosophy of Science,* v. 34, p. 119-132, 1983.

GRÜNBAUM, Adolf. Operationalism and Relativity. *The Scientific Monthly*, v. 79, p. 228-232, 1954.

______. Operationalism and Relativity. In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 84-96, 1956.

______. *Philosophical problems of Space and Time*. Nova Iorque: Alfred A. Knopf, 1963.

HAACK, Suzan. *Filosofia das Lógicas*. São Paulo: Editora da UNESP, 2002.

HACKING, Ian. *Representar e Intervir*: Tópicos introdutórios de Filosofia da Ciência Natural. Trad. Pedro Rocha de Oliveira. Rio de Janeiro: Editora da UERJ, 2012.

HAHN, Hans. Lógica, Matemática y Conocimiento de la Naturaleza. In ALDAMA, L. & FRISCH, U. & MOLINA, C. N. & TORNER, F. M. & HARREL, R. R. *El Positivismo Lógico*. AYER, A. J. (Org.) México: Fondo de Cultura Economica, p. 153-165, 1965.

HEISENBERG, Werner. The physical content of Quantum Kinematics and Mechanics. In WHEELER, J. A. & ZUREK, W. H. (Org.) *Quantum Theory and Measurement*. Princeton: Princeton University Press, p. 62-84, 1983.

HEGENBERG, Leônidas. *Definições: termos teóricos e significado*. São Paulo: Cultrix, 1974.

______. O Operacionalismo de Bridgman. In *Revista Brasileira de Filosofia*, v. 13, n. 52, p. 496-528, 1963.

______. O Operacionalismo de Bridgman. In *Revista Brasileira de Filosofia*, v. 14, n. 53, p. 31-65, 1964.

HEMPEL, Carl. G. A logical appraisal of operationism. *The Scientific Monthly*, v. 79, p. 215-220, 1954.

______. A logical appraisal of operationism. In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 52-67, 1956.

______. *Filosofia da Ciência Natural.* 2° ed. Trad. Plínio Sussekind Rocha. Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1974.

______. On the nature of mathematical reasoning. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

HEYTING, Arent. Intuitionism foundations of mathematics. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

HILBERT, David. Fundamentos da Geometria. Trad. Leo Unger. 1° ed. Lisboa: Gradiva, 2003.

______. On the Infinite. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

HUME, David. *Tratado da Natureza Humana.* Trad. Serafim da Silva Fontes. Lisboa: Calouste Gulbenkian, 2001.

KLIMOVSKY, Gregory. *Las desventuras del conocimiento científico:* Una introducción a la Epistemología. Buenos Aires: A-Z. Editora, 1994.

LAKATOS, Imre (Org.) & MUSGRAVE, Alan. *A crítica e o desenvolvimento do conhecimento.* Trad. Octavio Mendes Cajado. São Paulo: Cultrix e Editora da USP, 1979.

LASSALLE CASANAVE, Abel. Em torno da interpretação operacionalista do programa de Hilbert. *Manuscrito*, v. XXI, n. 1. Campinas: Editora da UNICAMP, p. 85-106, 1998.

LINDSAY, Robert B. Operationalism in Physics. In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 67-74, 1956.

______. A critique of operationalism in Physics. *Philosophy of Science*, v. 4, p. 456-470, 1937.

LISTON, Gelson. Carnap e o Revisionismo. *Principia*, v. 16, n. 1, p. 99-119, 2012.

MACH, Ernest. *La Mécanique – Exposé Historique et Critique de son Développment*. Trad. Emile Bertrand. Paris: Gauthier-Villars, 1904.

______. *Space and Geometry*. Chicago: Open Court, 1906.

______. *The Science of Mechanics* - a critical and historical account of its development. Chicago: Open Court Publishing Company, 1919.

MADDY, Penelope. *Naturalism in Mathematics*. Oxford: Oxford University Press, 2000.

______. *Realism in Mathematics*. Oxford: Clarendon Press, 1987.

MANCOSU, Paolo. *From Brouwer to Hilbert*. Oxford: Oxford University Press, 1998.

MARGENAU, Henry. Interpretations and misinterpretations of Operationalism. In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 39-41, 1956.

______. Interpretations and misinterpretations of Operationalism. *The Scientific Monthly*, v. 79, n. 4, p. 209-210, 1954.

______. Measurements in Quantum Mechanics. *Annals of Physics*, v. 23, p. 469-485, 1963b.

______. Philosophical problems concerning the meaning of measurement in Physics. *Philosophy of Science*, v. 25, p. 23-33, 1958.

MARTINS, Roberto de A. Visão operacional de conceitos e medidas físicas. *Revista de Ensino de Física*, v. 4. Campinas: Editora da UNICAMP, 1982.

______. Use and violation of operationalism in Relativity. *Manuscrito*, v. 5 (2). Campinas: Editora da UNICAMP, p. 103-115, 1981.

MARION, Mathieu. *Wittgenstein, Finitism and the Foundations of Mathematics*. Oxford: Clarendon Press, 1998.

______. Wittgenstein and Brouwer. *Synthese*, v. 137, p. 103-127, 2003.

MOLINA, Jorge A. & LEGRIS, Javier. *Lógica Intuicionista*. Uma abordagem filosófica. Pelotas: EDUCAT, 1997.

NAGEL, Ernest. *The structure of Science:* Problems in the Logic of Scientific Explanation. Nova Iorque: Hancourt, Brace & World, 1961.

______. *La estructura de la ciencia*. Trad. Néstor Míguez. Barcelona: Ediciones Paidós Ibérica, 2006.

NEWTON, Isaac. *Principia* - Princípios Matemáticos de Filosofia Natural – Livro I. Trad. Trieste Ricci, Leonardo Brunet, Sônia Gehring & Maria Helena Célia. São Paulo: EDUSP, 2016.

PESSOA Jr., Osvaldo. O canto do cisne da visão ortodoxa da filosofia da ciência. *Scientiae Studia,* v. 2, n. 2, p. 259-263, 2004.

POINCARÉ, Henry. *A Ciência e a Hipótese*. Trad. Maria Auxiliadora Kneipp. Brasília: Editora da UnB, 1984.

______. Ensaios Fundamentais. Trad. Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 2008.

______. *Últimos pensamentos*. Trad. G. L. B. Rio de Janeiro: Garnier, 1924.

______. *O valor da Ciência*. Trad. Maria Helena Franco Martins. Rio de Janeiro: Contraponto Editora, 1995.

______. Science and method. Trad. Francis Maitland. Londres: Routledge/Thoemmes, 1996.

______. On the nature of mathematical reasoning. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

______. Principles of mathematical physics. *The Scientific Monthly*, v. 4, n. 82, p. 165-175, 1956.

POPPER, Karl. *A Lógica da Pesquisa Científica*. Trad. Leonidas Hegenbert & Octanny Silveira da Mota. São Paulo: Cultrix, 2002.

______. *O realismo e o objetivo da ciência*. Trad. Nuno Ferreira da Fonseca. Lisboa: Publicações Dom Quixote, 1987.

______. *Conhecimento objetivo*. Trad. Milton Amado. Belo Horizonte: Editora Itatiaia, 1999.

______. *O mundo de Parmênides*. Trad. Roberto Leal Ferreira. São Paulo: Editora da UNESP, 2014.

______. *Autobiografia intelectual*. Trad. Leonidas Hegenberg e Octanny Silveira da Motta. São Paulo: Editora Cultrix & EDUSP, 1977.

______. *O conhecimento e o problema corpo-mente*. Trad. Joaquim Alberto Ferreira Gomes. Lisboa: Edições 70, 1996.

______. *O mito do contexto* – Em defesa da ciência e da racionalidade. Trad. Paula Taipas. Lisboa: Edições 70, 1996.

POSY, Carl J. Brouwer's Constructivism. *Synthese*, v. 27, p. 125-159, 1974.

QUINE, W. V.: Truth by convention. In BENACERRAF, Paul & PUTNAM, Hilary (Org.) *Philosophy of Mathematics:* Selected Readings. Cambridge: Cambridge University Press, 1983.

RUSSELL, Bertrand. *Introdução à Filosofia da Matemática*. Trad. Maria Luiza X. de A. Borges. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor, 2007.

SCHLICK, Moritz. *Filosofia de la naturaleza*. Trad. José Luis Gonzáles Recio. Madrid: Ediciones Encuentro, 2002.

______. Meaning and Verification. *The Philosophical Review*, v. 45, n. 4, p. 339-369, 1936.

______. Sentido e Verificação. In *Os Pensadores*. Trad. Luiz João Baraúna. São Paulo: Abril Cultural, 1980.

SEEGER, Raymond J.: Beyond operationalism. *The Scientific Monthly*, v. 79, n. 4, p. 226-227, 1954.

______. Beyond operationalism In FRANK, Philipp (Org.) *The validation of Scientific Theories*. Boston: Beacon Press, p. 80-84, 1956.

SHAPIRO, Stewart. *Thinking about Mathematics.* The Philosophy of Mathematics. Oxford: Oxford University Press, 2000.

SUPPE, Frederick. (Org.) *The Structure of Scientific Theories*. Chicago: University of Illinois Press, 1977.

TENNANT, Neil. *Anti-Realism and Logic.* Truth as External. Oxford: Clarendon Press, 1987.

VAN ATTEN, Mark. Brouwer as never read by Husserl. *Synthese,* v. 137, n. 1, p. 03-19, 2003.

VAN FRAASSEN, Bas C. *The Scientific Image.* Oxford: Oxford University Press, 1980.

______. *A Imagem Científica*. Trad. Luiz Henrique de Araújo Dutra. São Paulo: Editora da UNESP: Discurso Editorial, 2007.

VAN STIGT, W. P. *Brouwer's Intuitionism.* Studies and the History and Philosophy of Mathematics. v. 2. Amsterdam: North-Holland, 1990.

WALTER, Maila L. *Science and cultural crisis.* An intellectual biography of Percy Williams Bridgman (1882-1961). Stanford: Stanford University Press, 1990.

WHITROW, Gerald J. Operational analysis and the nature of some physical concepts. *Nature,* v. 166, p. 91-93, 1950.

A Editora Fi é especializada na editoração, publicação e divulgação de pesquisa acadêmica/científica das humanidades, sob acesso aberto, produzida em parceria das mais diversas instituições de ensino superior no Brasil. Conheça nosso catálogo e siga as páginas oficiais nas principais redes sociais para acompanhar novos lançamentos e eventos.

www.editorafi.org
contato@editorafi.org